



**Universidad  
Zaragoza**

# Trabajo Fin de Máster Máster en Sistemas Mecánicos

Análisis de modelos existentes para determinar las pérdidas de potencia en transmisiones de engranajes cilíndricos de dentado recto mediante la teoría del diseño de experimentos

Autor

Pedro José Fernández Concellón

Director/es

Dr. Santiago Baselga Ariño

Escuela de Ingeniería y Arquitectura (EINA)

2013



# Análisis de modelos existentes para determinar las pérdidas de potencia en transmisiones de engranajes cilíndricos de dentado recto mediante la teoría del diseño de experimentos

## RESUMEN

En este trabajo se han seleccionado cuatro modelos matemáticos, desarrollados anteriormente por otros investigadores, que sirven para cuantificar las pérdidas de potencia que tienen lugar en transmisiones mecánicas formadas por engranajes cilíndricos de dentado recto teniendo en cuenta los fenómenos de deslizamiento, rodadura y fricción del aire que acontecen en estas transmisiones.

Se han expresado los modelos de forma que pudieran ser comparables entre ellos convirtiendo las pérdidas de potencia en valores referidos a la eficiencia del sistema. Así, se ha analizado la influencia que las variables más relevantes y comunes a todos ellos tienen sobre la eficiencia del sistema por medio de la teoría de diseño de experimentos. Posteriormente, se han aplicado estos a cuatro casos prácticos para determinar si los modelos son aplicables a cualquier situación, sus rangos de aplicación y validez y sus semejanzas y diferencias con la idea de poder llevar a cabo investigaciones futuras.

Tras estos pasos, se han analizado los resultados obtenidos y se ha concluido indicando que los modelos matemáticos analizados únicamente permiten una aplicación fiable tras haber llevado a cabo una experimentación práctica sobre el sistema en estudio y sobre el que pretenden emplearse. Sin esta experimentación previa se corre el riesgo de perder información relevante para el sistema. Esto puede acarrear errores en los cálculos sobre la eficiencia del mismo ya que algunas de las variables empleadas en estos modelos presentan sus propios modelos matemáticos obtenidos tras la experimentación en unas condiciones particulares y específicas.

Durante la realización del trabajo se han detectado algunos errores en las ecuaciones que planteaban los autores, los cuales se han resaltado en las notas a pie de página de este trabajo.



## *Índice general*

Índice general.....	1
Índice de figuras .....	3
Índice de cuadros .....	7
<b>MEMORIA .....</b>	<b>11</b>
<b>1. Introducción .....</b>	<b>11</b>
1.1. Objeto .....	11
1.2. Alcance .....	11
1.3. Revisión de la literatura.....	11
1.4. Contexto del análisis realizado .....	14
1.5. Metodología empleada .....	15
<b>2. Modelos analizados.....</b>	<b>17</b>
2.1. Introducción .....	17
2.2. Comparativa de las ecuaciones desarrolladas en los diferentes modelos estudiados.....	18
2.3. Consideración a las limitaciones de los modelos .....	23
2.4. Selección de variables a analizar y condiciones de operación .....	24
<b>3. Aplicación del D.E. para analizar las pérdidas de potencia debidas al deslizamiento .....</b>	<b>27</b>
3.1. Modelo de Shipley.....	28
3.1.1. Aplicación del estudio.....	28
3.1.2. Significatividad de los efectos.....	28
3.1.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa .....	31
3.2. Modelo reducido de Anderson y Loewenthal .....	33
3.2.1. Aplicación del estudio (caso 1) .....	33
3.2.2. Significatividad de los efectos (caso 1) .....	33
3.2.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 1).....	36
3.2.4. Aplicación del estudio (caso 2) .....	38
3.2.5. Significatividad de los efectos (caso 2) .....	38
3.2.6. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 2).....	41
3.3. Modelo de Buckingham.....	43
3.3.1. Aplicación del estudio.....	43
3.3.2. Significatividad de los efectos.....	43
3.3.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa .....	46
3.4. Modelo de Merrit .....	48
3.4.1. Aplicación del estudio.....	48
3.4.2. Significatividad de los efectos.....	48
3.4.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa .....	51
<b>4. Aplicación del D.E. para analizar las pérdidas de potencia debidas a la rodadura .....</b>	<b>53</b>
4.1. Aplicación al Modelo reducido de Anderson y Loewenthal .....	54
4.1.1. Aplicación del estudio (caso 1) .....	54
4.1.2. Significatividad de los efectos (caso 1) .....	54
4.1.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 1).....	57
4.1.4. Aplicación del estudio (caso 2) .....	59
4.1.5. Significatividad de los efectos (caso2) .....	59
4.1.6. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 2).....	62
<b>5. Aplicación del D.E. para analizar las pérdidas de potencia debidas a la fricción del aire .....</b>	<b>65</b>
5.1. Aplicación al Modelo reducido de Anderson y Loewenthal .....	66
5.1.1. Aplicación del estudio.....	66
5.1.2. Significatividad de los efectos.....	66
5.1.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa .....	69
5.2. Aplicación al Modelo de Shipley.....	71

5.2.1. Aplicación del estudio.....	71
5.2.2. Significatividad de los efectos.....	71
5.2.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa .....	74
<b>6. Análisis global de pérdidas .....</b>	<b>77</b>
6.1. Caso práctico 1 .....	79
6.2. Caso práctico 2 .....	83
6.3. Caso práctico 3 .....	87
6.4. Caso práctico 4 .....	91
<b>7. Resultados.....</b>	<b>95</b>
7.1. Eficiencia considerando el fenómeno de deslizamiento .....	95
7.1.1. Valoración de la influencia de las variables significativas sobre la variable objetivo .....	97
7.2. Eficiencia considerando el fenómeno de rodadura.....	104
7.2.1. Valoración de la influencia de las variables significativas sobre la variable objetivo .....	105
7.3. Eficiencia considerando el fenómeno de fricción del aire.....	107
7.3.1. Valoración de la influencia de las variables significativas sobre la variable objetivo .....	108
7.4. Comparativa de la eficiencia global del sistema.....	110
<b>8. Conclusiones .....</b>	<b>113</b>
8.1. Pérdidas por deslizamiento .....	113
8.2. Pérdidas por rodadura.....	113
8.3. Pérdidas por fricción del aire.....	114
8.4. Casos prácticos .....	114
<b>ANEXOS .....</b>	<b>117</b>
<b>9. Operaciones intermedias de transformación de los modelos .....</b>	<b>117</b>
9.1. Modelo de Anderson y Loewenthal.....	117
9.2. Modelo de Shipley.....	126
9.2.1. Pérdidas de potencia debidas al deslizamiento.....	126
9.2.2. Pérdidas de potencia debidas a la fricción del aire.....	129
9.3. Modelo de Buckingham.....	132
9.4. Modelo reducido de Anderson y Loewenthal .....	136
9.4.1. Pérdidas de potencia debidas al deslizamiento.....	136
9.4.2. Pérdidas de potencia debidas a la rodadura .....	141
9.4.3. Pérdidas de potencia debidas a la fricción del aire.....	144
9.4.4. Limitaciones de los tres modelos.....	145
9.5. Modelo de Merrit .....	147
9.6. Modelo de Goy, Townsend y Zaretsky .....	151
9.7. Relaciones geométricas comunes a todos los modelos .....	156
<b>10. Teoría del Diseño de experimentos.....</b>	<b>157</b>
10.1. Introducción .....	157
10.2. Diseño empleado.....	158
10.2.1. Estimadores .....	158
10.3. Significatividad de los efectos .....	161
10.3.1. Gráfico de los efectos principales.....	161
10.3.2. Diagrama de Pareto .....	162
10.3.3. Gráfico de distribución normal .....	163
10.3.4. Método de la MEDA.....	164
10.4. Tabla para el cálculo de percentiles con la distribución normal estándar .....	166
<b>11. Bibliografía .....</b>	<b>169</b>

## *Índice de figuras*

<b>FIGURA 1.1 Situación simplificada a estudiar</b>	<b>14</b>
<b>FIGURA 3.1 Gráfico de efectos principales (ec. 9.25)</b>	<b>29</b>
<b>FIGURA 3.2 Diagrama de Pareto (ec. 9.25)</b>	<b>30</b>
<b>FIGURA 3.3 Gráfico de distribución normal (ec. 9.25)</b>	<b>30</b>
<b>FIGURA 3.4 Comparativa ec. 9.25 del modelo con la ec. 3.1 del D.E.</b>	<b>32</b>
<b>FIGURA 3.5 Gráfico de efectos principales (ec. 9.48)</b>	<b>34</b>
<b>FIGURA 3.6 Diagrama de Pareto (ec. 9.48)</b>	<b>35</b>
<b>FIGURA 3.7 Gráfico de distribución normal (ec. 9.48)</b>	<b>36</b>
<b>FIGURA 3.8 Comparativa ec. 9.48 del modelo con la ec. 3.2 del D.E.</b>	<b>37</b>
<b>FIGURA 3.9 Gráfico de efectos principales (ec. 9.48)</b>	<b>39</b>
<b>FIGURA 3.10 Diagrama de Pareto (ec. 9.48)</b>	<b>40</b>
<b>FIGURA 3.11 Gráfico de distribución normal (ec. 9.48)</b>	<b>40</b>
<b>FIGURA 3.12 Comparativa ec. 9.48 del modelo con la ec. 3.3 del D.E.</b>	<b>42</b>
<b>FIGURA 3.13 Gráfico de efectos principales (ec. 9.29)</b>	<b>44</b>
<b>FIGURA 3.14 Diagrama de Pareto (ec. 9.29)</b>	<b>45</b>
<b>FIGURA 3.15 Gráfico de distribución normal (ec. 9.29)</b>	<b>45</b>
<b>FIGURA 3.16 Comparativa ec. 9.29 del modelo con la ec. 3.4 del D.E.</b>	<b>47</b>
<b>FIGURA 3.17 Gráfico de efectos principales (ec. 9.63)</b>	<b>49</b>
<b>FIGURA 3.18 Diagrama de Pareto (ec. 9.63)</b>	<b>50</b>
<b>FIGURA 3.19 Gráfico de distribución normal (ec. 9.63)</b>	<b>50</b>
<b>FIGURA 3.20 Comparativa ec. 9.63 del modelo con la ec. 3.5 del D.E.</b>	<b>52</b>
<b>FIGURA 4.1 Gráfico de efectos principales (ec. 9.53)</b>	<b>55</b>
<b>FIGURA 4.2 Diagrama de Pareto (ec. 9.53)</b>	<b>56</b>
<b>FIGURA 4.3 Gráfico de distribución normal (ec. 9.53)</b>	<b>56</b>
<b>FIGURA 4.4 Comparativa ec. 9.53 del modelo con la ec. 4.1 del D.E.</b>	<b>58</b>
<b>FIGURA 4.5 Gráfico de efectos principales (ec. 9.53)</b>	<b>60</b>
<b>FIGURA 4.6 Diagrama de Pareto (ec. 9.53)</b>	<b>61</b>
<b>FIGURA 4.7 Gráfico de distribución normal (ec. 9.53)</b>	<b>61</b>
<b>FIGURA 4.8 Comparativa ec. 9.53 del modelo con la ec. 4.2 del D.E.</b>	<b>63</b>
<b>FIGURA 5.1 Gráfico de efectos principales (ec. 9.56)</b>	<b>67</b>
<b>FIGURA 5.2 Diagrama de Pareto (ec. 9.56)</b>	<b>68</b>
<b>FIGURA 5.3 Gráfico de distribución normal (ec. 9.56)</b>	<b>69</b>

<b>FIGURA 5.4 Comparativa ec. 9.56 del modelo con la ec. 5.1 del D.E.</b>	<b>70</b>
<b>FIGURA 5.5 Gráfico de efectos principales (ec. 9.26)</b>	<b>72</b>
<b>FIGURA 5.6 Diagrama de Pareto (ec. 9.26)</b>	<b>73</b>
<b>FIGURA 5.7 Gráfico de distribución normal (ec. 9.26)</b>	<b>73</b>
<b>FIGURA 5.8 Comparativa ec. 9.26 del modelo con la ec. 5.2 del D.E.</b>	<b>75</b>
<b>FIGURA 6.1 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 1</b>	<b>80</b>
<b>FIGURA 6.2 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 1</b>	<b>81</b>
<b>FIGURA 6.3 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 1</b>	<b>81</b>
<b>FIGURA 6.4 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 2</b>	<b>84</b>
<b>FIGURA 6.5 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 2</b>	<b>85</b>
<b>FIGURA 6.6 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 2</b>	<b>85</b>
<b>FIGURA 6.7 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 3</b>	<b>88</b>
<b>FIGURA 6.8 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 3</b>	<b>89</b>
<b>FIGURA 6.9 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 3</b>	<b>89</b>
<b>FIGURA 6.10 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 4</b>	<b>92</b>
<b>FIGURA 6.11 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 4</b>	<b>93</b>
<b>FIGURA 6.12 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 4</b>	<b>93</b>
<b>FIGURA 7.1 Variación eficiencia con <math>n_p</math></b>	<b>97</b>
<b>FIGURA 7.2 Variación eficiencia con <math>P</math></b>	<b>98</b>
<b>FIGURA 7.3 Variación eficiencia con <math>N_p</math></b>	<b>98</b>
<b>FIGURA 7.4 Variación eficiencia con <math>\vartheta</math></b>	<b>99</b>
<b>FIGURA 7.5 Variación eficiencia con <math>n_p</math> (ampliación del rango)</b>	<b>100</b>
<b>FIGURA 7.6 Cambio de tendencia en la variación de <math>E</math> con <math>n_p</math> (Modelo de Shipley)</b>	<b>100</b>
<b>FIGURA 7.7 Cambios de tendencia para las variables principales del Modelo de Shipley</b>	<b>101</b>
<b>FIGURA 7.8 Variación <math>m</math> con <math>n_p</math> (ampliación del rango)</b>	<b>102</b>
<b>FIGURA 7.9 Variación de las variables influyentes en el cálculo de <math>m</math> con <math>n_p</math></b>	<b>103</b>
<b>FIGURA 7.10 Variación eficiencia con <math>n_p</math> (Modelo reducido de Anderson y Loewenthal)</b>	<b>105</b>
<b>FIGURA 7.11 Variación eficiencia con cada variable principal (Modelo reducido de Anderson y Loewenthal)</b>	<b>106</b>
<b>FIGURA 7.12 Variación eficiencia con <math>n_p</math> (fricción del aire)</b>	<b>108</b>
<b>FIGURA 7.13 Variación eficiencia con <math>P</math> (fricción del aire)</b>	<b>108</b>



<b>FIGURA 7.14 Variación eficiencia con <math>N_p</math> (fricción del aire)</b>	<b>109</b>
<b>FIGURA 7.15 Variación eficiencia con <math>F</math> (fricción del aire)</b>	<b>109</b>
<b>FIGURA 9.1 Coeficiente de fricción promedio para aceites livianos derivados del petróleo. Entrada del aceite 120°F (49°C) para engranajes endurecidos, 45 SUS a 100°F (38°C)</b>	<b>127</b>
<b>FIGURA 10.1 Ejemplo del gráfico de efectos principales</b>	<b>162</b>
<b>FIGURA 10.2 Ejemplo del diagrama de Pareto</b>	<b>163</b>
<b>FIGURA 10.3 Ejemplo de gráfico de distribución normal</b>	<b>164</b>



## Índice de cuadros

<b>TABLA 2.1 Tipos de pérdidas consideradas por los modelos .....</b>	<b>17</b>
<b>TABLA 2.2 Variables principales modelos .....</b>	<b>21</b>
<b>TABLA 2.3 Variables principales comunes a todos los modelos.....</b>	<b>24</b>
<b>TABLA 2.4 Niveles de las variables principales.....</b>	<b>24</b>
<b>TABLA 2.5 Niveles de las otras variables de los modelos .....</b>	<b>25</b>
<b>TABLA 3.1 Variables principales comunes a todos los modelos.....</b>	<b>27</b>
<b>TABLA 3.2 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.25) .....</b>	<b>28</b>
<b>TABLA 3.3 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.25).....</b>	<b>28</b>
<b>TABLA 3.4 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.25) .....</b>	<b>29</b>
<b>TABLA 3.5 Efectos de cada factor (ec. 9.25) .....</b>	<b>29</b>
<b>TABLA 3.6 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.25) .....</b>	<b>30</b>
<b>TABLA 3.7 Cálculo de la MEDA (ec. 9.25) .....</b>	<b>31</b>
<b>TABLA 3.8 Significatividad de los efectos (ec. 9.25) .....</b>	<b>31</b>
<b>TABLA 3.9 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48) .....</b>	<b>33</b>
<b>TABLA 3.10 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.48).....</b>	<b>33</b>
<b>TABLA 3.11 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.48) .....</b>	<b>34</b>
<b>TABLA 3.12 Efectos de cada factor (ec. 9.48) .....</b>	<b>35</b>
<b>TABLA 3.13 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48) .....</b>	<b>35</b>
<b>TABLA 3.14 Cálculo de la MEDA (ec. 9.48) .....</b>	<b>36</b>
<b>TABLA 3.15 Significatividad de los efectos (ec. 9.48) .....</b>	<b>36</b>
<b>TABLA 3.16 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48) .....</b>	<b>38</b>
<b>TABLA 3.17 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.48).....</b>	<b>38</b>
<b>TABLA 3.18 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.48) .....</b>	<b>39</b>
<b>TABLA 3.19 Efectos de cada factor (ec. 9.48) .....</b>	<b>39</b>
<b>TABLA 3.20 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48) .....</b>	<b>40</b>
<b>TABLA 3.21 Cálculo de la MEDA (ec. 9.48) .....</b>	<b>41</b>
<b>TABLA 3.22 Significatividad de los efectos (ec. 9.48) .....</b>	<b>41</b>
<b>TABLA 3.23 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.29) .....</b>	<b>43</b>
<b>TABLA 3.24 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.29).....</b>	<b>43</b>
<b>TABLA 3.25 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.29) .....</b>	<b>44</b>
<b>TABLA 3.26 Efectos de cada factor (ec. 9.29) .....</b>	<b>45</b>
<b>TABLA 3.27 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.29) .....</b>	<b>45</b>

<b>TABLA 3.28 Cálculo de la MEDA (ec. 9.29) .....</b>	<b>46</b>
<b>TABLA 3.29 Significatividad de los efectos (ec. 9.29) .....</b>	<b>46</b>
<b>TABLA 3.30 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.63) .....</b>	<b>48</b>
<b>TABLA 3.31 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.63) .....</b>	<b>48</b>
<b>TABLA 3.32 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.63) .....</b>	<b>49</b>
<b>TABLA 3.33 Efectos de cada factor (ec. 9.63) .....</b>	<b>49</b>
<b>TABLA 3.34 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.63) .....</b>	<b>50</b>
<b>TABLA 3.35 Cálculo de la MEDA (ec. 9.63) .....</b>	<b>51</b>
<b>TABLA 3.36 Significatividad de los efectos (ec. 9.63) .....</b>	<b>51</b>
<b>TABLA 4.1 Variables principales ecuación 9.53 .....</b>	<b>53</b>
<b>TABLA 4.2 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53) .....</b>	<b>54</b>
<b>TABLA 4.3 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.53) .....</b>	<b>54</b>
<b>TABLA 4.4 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.53) .....</b>	<b>55</b>
<b>TABLA 4.5 Efectos de cada factor (ec. 9.53) .....</b>	<b>55</b>
<b>TABLA 4.6 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53) .....</b>	<b>56</b>
<b>TABLA 4.7 Cálculo de la MEDA (ec. 9.53) .....</b>	<b>57</b>
<b>TABLA 4.8 Significatividad de los efectos (ec. 9.53) .....</b>	<b>57</b>
<b>TABLA 4.9 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53) .....</b>	<b>59</b>
<b>TABLA 4.10 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.53) .....</b>	<b>59</b>
<b>TABLA 4.11 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.53) .....</b>	<b>60</b>
<b>TABLA 4.12 Efectos de cada factor (ec. 9.53) .....</b>	<b>60</b>
<b>TABLA 4.13 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53) .....</b>	<b>61</b>
<b>TABLA 4.14 Cálculo de la MEDA (ec. 9.53) .....</b>	<b>62</b>
<b>TABLA 4.15 Significatividad de los efectos (ec. 9.53) .....</b>	<b>62</b>
<b>TABLA 5.1 Variables principales ecuación 9.56 .....</b>	<b>65</b>
<b>TABLA 5.2 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.56) .....</b>	<b>66</b>
<b>TABLA 5.3 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.56) .....</b>	<b>66</b>
<b>TABLA 5.4 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.56) .....</b>	<b>67</b>
<b>TABLA 5.5 Efectos de cada factor (ec. 9.56) .....</b>	<b>68</b>
<b>TABLA 5.6 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.56) .....</b>	<b>68</b>
<b>TABLA 5.7 Cálculo de la MEDA (ec. 9.56) .....</b>	<b>69</b>
<b>TABLA 5.8 Significatividad de los efectos (ec. 9.56) .....</b>	<b>70</b>
<b>TABLA 5.9 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.26) .....</b>	<b>71</b>

<b>TABLA 5.10 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.26)</b> .....	<b>71</b>
<b>TABLA 5.11 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.26)</b> .....	<b>72</b>
<b>TABLA 5.12 Efectos de cada factor (ec. 9.26)</b> .....	<b>73</b>
<b>TABLA 5.13 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.26)</b> .....	<b>73</b>
<b>TABLA 5.14 Cálculo de la MEDA (ec. 9.26)</b> .....	<b>74</b>
<b>TABLA 5.15 Significatividad de los efectos (ec. 9.26)</b> .....	<b>74</b>
<b>TABLA 6.1 Condiciones de operación casos prácticos</b> .....	<b>78</b>
<b>TABLA 6.2 Condiciones de operación Caso práctico 1</b> .....	<b>79</b>
<b>TABLA 6.3 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 1</b> .....	<b>79</b>
<b>TABLA 6.4 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 1</b> .....	<b>80</b>
<b>TABLA 6.5 Modelo representativo Caso práctico 1</b> .....	<b>82</b>
<b>TABLA 6.6 Condiciones de operación Caso práctico 2</b> .....	<b>83</b>
<b>TABLA 6.7 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 2</b> .....	<b>83</b>
<b>TABLA 6.8 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 2</b> .....	<b>84</b>
<b>TABLA 6.9 Modelo representativo Caso práctico 2</b> .....	<b>86</b>
<b>TABLA 6.10 Condiciones de operación Caso práctico 3</b> .....	<b>87</b>
<b>TABLA 6.11 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 3</b> .....	<b>87</b>
<b>TABLA 6.12 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 3</b> .....	<b>88</b>
<b>TABLA 6.13 Modelo representativo Caso práctico 3</b> .....	<b>90</b>
<b>TABLA 6.14 Condiciones de operación Caso práctico 4</b> .....	<b>91</b>
<b>TABLA 6.15 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 4</b> .....	<b>91</b>
<b>TABLA 6.16 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 4</b> .....	<b>92</b>
<b>TABLA 6.17 Modelo representativo Caso práctico 4</b> .....	<b>94</b>
<b>TABLA 7.1 Variables principales de los modelos (deslizamiento)</b> .....	<b>95</b>
<b>TABLA 7.2 Variables significativas por modelos</b> .....	<b>96</b>
<b>TABLA 7.3 Comparativa caso 1 y 2 Modelo reducido de Anderson y Loewenthal</b> .....	<b>96</b>
<b>TABLA 7.4 Pendientes (%) de las rectas de las variables más significativas (k=4)</b> .....	<b>97</b>
<b>TABLA 7.5 Variables principales de los modelos (rodadura)</b> .....	<b>104</b>
<b>TABLA 7.6 Variables significativas (rodadura caso 1)</b> .....	<b>104</b>
<b>TABLA 7.7 Variables significativas por modelos (rodadura caso 2)</b> .....	<b>104</b>
<b>TABLA 7.8 Pendientes (%) de las rectas de las variables más significativas Modelo reducido de Anderson y Loewenthal</b> .....	<b>105</b>
<b>TABLA 7.9 Variables principales de los modelos (fricción del aire)</b> .....	<b>107</b>
<b>TABLA 7.10 Variables significativas por modelos (fricción del aire)</b> .....	<b>107</b>

<b>TABLA 7.11 Pendientes (%) de las rectas de las variables más significativas (fricción del aire) .....</b>	<b>108</b>
<b>TABLA 7.12 Rangos de comportamiento similar entre los modelos .....</b>	<b>110</b>
<b>TABLA 7.13 Modelo más cercano a la media en cada caso .....</b>	<b>110</b>
<b>TABLA 9.1 Constantes empleadas en la ecuación 9.15.....</b>	<b>125</b>
<b>TABLA 9.2 Variables principales ecuación 9.15.....</b>	<b>125</b>
<b>TABLA 9.3 Constantes empleadas en la ecuación 9.25.....</b>	<b>129</b>
<b>TABLA 9.4 Variables principales ecuación 9.25.....</b>	<b>129</b>
<b>TABLA 9.5 Variables principales ecuación 9.26.....</b>	<b>131</b>
<b>TABLA 9.6 Constantes empleadas en la ecuación 9.29.....</b>	<b>135</b>
<b>TABLA 9.7 Variables principales ecuación 9.29.....</b>	<b>135</b>
<b>TABLA 9.8 Constantes empleadas en la ecuación 9.48.....</b>	<b>140</b>
<b>TABLA 9.9 Variables principales ecuación 9.48.....</b>	<b>141</b>
<b>TABLA 9.10 Constantes empleadas en la ecuación 9.53.....</b>	<b>144</b>
<b>TABLA 9.11 Variables principales ecuación 9.53.....</b>	<b>144</b>
<b>TABLA 9.12 Constantes empleadas en la ecuación 9.56.....</b>	<b>145</b>
<b>TABLA 9.13 Variables principales ecuación 9.56.....</b>	<b>145</b>
<b>TABLA 9.14 Constantes empleadas en la ecuación 9.63.....</b>	<b>149</b>
<b>TABLA 9.15 Variables principales ecuación 9.63.....</b>	<b>149</b>
<b>TABLA 9.16 Constantes empleadas en la ecuación 9.71.....</b>	<b>155</b>
<b>TABLA 9.17 Variables principales ecuación 9.71 .....</b>	<b>155</b>
<b>TABLA 10.1 Combinaciones y sus variables (<math>2^4</math>) .....</b>	<b>158</b>
<b>TABLA 10.2 Combinaciones y sus variables.....</b>	<b>161</b>
<b>TABLA 10.3 Percentiles para <math>k=3</math> y <math>k=4</math> .....</b>	<b>164</b>
<b>TABLA 10.4 Tabla 1 Áreas de la distribución normal estándar (cálculo de percentiles) (11 pág. 740).....</b>	<b>166</b>
<b>TABLA 10.5 Tabla 2 Áreas de la distribución normal estándar (cálculo de percentiles) (11 pág. 741).....</b>	<b>167</b>

# **MEMORIA**

## **1. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Objeto**

El objeto de este trabajo es el de demostrar académicamente que tras la realización del máster de Sistemas Mecánicos en la Universidad de Zaragoza se han adquirido unas competencias, conocimientos y habilidades durante la realización de estos estudios necesarias para poder acceder a los estudios de doctorado.

### **1.2. Alcance**

Este trabajo está centrado en el análisis de algunos modelos matemáticos, desarrollados anteriormente por otros investigadores, sobre las pérdidas de potencia que tienen lugar en transmisiones mecánicas formadas por engranajes cilíndricos de dentado recto.

Se pretende analizar si estos modelos son aplicables a cualquier situación, sus rangos de aplicación y validez y sus semejanzas y diferencias con la idea de poder llevar a cabo investigaciones futuras en función de los resultados obtenidos. Así como analizar qué variables de los modelos que se van a presentar a continuación contribuyen significativamente más que otras a la hora de cuantificar las pérdidas de potencia debidas al deslizamiento, a la rodadura y a la fricción del aire que tienen lugar durante el funcionamiento de estas transmisiones.

Para ello se va a emplear la teoría de diseño de experimentos a fin de valorar qué variables tienen más influencia sobre la variable objetivo en cada modelo. Posteriormente a analizar los resultados obtenidos con ella, se aplicarán los modelos en un caso específico para ver si existe un rango de operación de la transmisión en que los resultados que cada modelo proporcione sean comparables y aceptables.

El trabajo se compone de dos partes diferenciadas:

- La MEMORIA, parte en la que nos encontramos ahora, estructurada en varios apartados. Primero se describe en qué consiste el trabajo y se presentan los modelos matemáticos que se van a analizar. Posteriormente se presenta la aplicación de la teoría de diseño de experimentos en ellos, cuatro casos prácticos, los resultados y las conclusiones.
- Los ANEXOS, donde se muestran las operaciones matemáticas llevadas a cabo con los modelos presentados en la memoria, las relaciones existentes entre algunas de las variables de los modelos y otros elementos o datos considerados de utilidad, así como la bibliografía consultada.

### **1.3. Revisión de la literatura**

Las transmisiones mecánicas son empleadas en todo tipo de maquinaria, desde dispositivos tan pequeños como los relojes de pulsera hasta los motores de los grandes barcos portacontenedores o naves aeroespaciales que existen hoy en día. Estos dos ejemplos tan diferentes en cuanto a tamaño se refiere hacen que los diseñadores de éste tipo de máquinas se replanteen sus diseños teniendo en cuenta las pérdidas de potencia que se dan en los diferentes tipos de transmisiones que integran estas máquinas. De todos los tipos de transmisiones mecánicas que pueden formar parte de estas máquinas vamos a centrarnos en

las mecánicas (articulaciones cardan, poleas, correas, engranajes, ...) y dentro de las mecánicas, en los engranajes cilíndricos de dentado recto.

Numerosos son los estudios llevados a cabo por diferentes investigadores a cerca de las diferentes pérdidas de potencia que tienen lugar en transmisiones por engranajes (1) y (2). De entre ellas las más relevantes son las que se generan debidas a la fricción existente en el contacto de los dientes de los engranajes engranados, a la rodadura, a la fricción del aire y a las generadas por la lubricación de los mismos (2).

El análisis de estas pérdidas se ha llevado a cabo a través de la experimentación, por lo que a lo largo del tiempo diferentes investigadores han ido modificando los modelos existentes de pérdidas ajustándolos a las condiciones de trabajo en función del tipo de engranajes empleados (3) y (2).

En estos análisis se han considerado de importancia variables como el coeficiente de fricción, la geometría del engranaje, la viscosidad del lubricante, la velocidad de giro de los engranajes, el espesor de la capa de aceite lubricante, la carga a transmitir por los engranajes, la temperatura de operación, etc. Todos los modelos no han considerado los mismos factores ni les han dado la misma relevancia, en función del uso que le daban a la transmisión que estaban analizando daban más prioridad a unos que a otros, de ahí que un modelo pudiera ser válido únicamente para esa situación en que había sido desarrollado.

Los primeros modelos que se desarrollaron tuvieron en cuenta coeficientes de rozamiento constantes sin embargo, con el tiempo fueron desarrollándose modelos basados en coeficientes de rozamiento variable. Muchos de ellos se basaron en datos obtenidos de la experimentación con parejas de rodillos cilíndricos analizando el deslizamiento entre ellos (4) y otros se basaron en la teoría de la lubricación elasto-hidrodinámica (EHL) (2), por ejemplo.

En cuanto a las pérdidas por rodadura, estas son debidas a las fuerzas causadas por la presión hidrodinámica que actúa sobre los dientes de los engranajes ya que retrasa el movimiento de giro de los mismos y absorbe potencia (5).

Por último, el efecto que la fricción del aire tiene sobre la eficiencia de la transmisión depende de factores tan importantes como la velocidad existente en la línea de contacto entre los dientes y el tamaño de los mismos, así como la lubricación (1). Al igual que con el coeficiente de fricción, algunos investigadores realizaron experimentos con engranajes o discos cilíndricos para determinar un modelo de pérdidas y aplicarlo a sus transmisiones (1).

De los diferentes tipos de engranajes existentes, este trabajo se centra en los engranajes cilíndricos de dentado recto y en concreto, pretende analizar los modelos que varios investigadores (3), (6) y (7), desarrollaron teniendo en cuenta las pérdidas que se producen por fricción en el deslizamiento, rodadura y las pérdidas por fricción del aire que rodea a los engranajes.

Estos modelos fueron desarrollados para situaciones de trabajo concretas, no obstante se va a realizar un estudio previo de los mismos para determinar si las variables que intervienen en ellos son comunes y en ese caso, mediante la teoría del diseño de experimentos se realizará un análisis para determinar de entre las variables que se estimen más importantes, cuál o cuáles son las más significativas.

De este estudio se pretenden extraer unos resultados y conclusiones que se compararán con las que los investigadores que desarrollaron los modelos analizados obtuvieron en su momento, así podrá determinarse si el empleo de la teoría del diseño de experimentos y el



planteamiento del diseño llevado a cabo son útiles y válidos para realizar un estudio previo a la experimentación en este tipo de problemas.

Posteriormente a este estudio, pero fuera ya del alcance de este trabajo fin de máster, se pretende realizar una experimentación con un banco de potencia para poder analizar los modelos sobre la práctica y contrastar las conclusiones obtenidas en este trabajo con la realidad, existiendo la posibilidad de desarrollar un modelo que pueda generalizar el comportamiento de pérdidas en una transmisión por engranajes cilíndricos de dentado recto en unas condiciones de operación que sean de utilidad.

## 1.4. Contexto del análisis realizado

El análisis de los modelos que se van a presentar en el siguiente apartado del trabajo se enmarca dentro del siguiente contexto. Se va a considerar una transmisión mecánica formada por una pareja de engranajes cilíndricos de dentado recto. Un motor unido directamente al piñón de entrada le va a proporcionar a éste un par  $T_e$  (N·m) a unas revoluciones de giro  $n_m$  (rpm). La transmisión estará lubricada mediante un aceite con una viscosidad absoluta en condiciones atmosféricas  $\mu_0$  (N·s/m<sup>2</sup>) y una viscosidad cinemática  $\nu$  (Stokes).

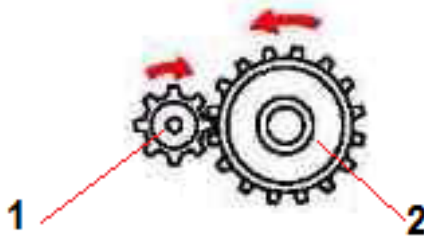


FIGURA 1.1 Situación simplificada a estudiar

La potencia de entrada desarrollada por el motor unido al piñón de entrada viene determinada por la siguiente expresión:

$$P_T = T_e \cdot n_m \cdot \frac{2\pi}{60}$$

EC. 1.1

siendo

$P_T$	Potencia transmitida por el motor (Vatios)
$T_e$	par transmitido por el motor (N·m)
$n_m$	velocidad de giro del motor (rpm)

La relación de transmisión, como ya hemos indicado con anterioridad es:

$$m_g = \frac{N_g}{N_p}$$

EC. 1.2

siendo

$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
$N_g$	nº de dientes del engranaje de salida

Las condiciones de operación del motor y de los engranajes se establecerán en el apartado 2.4 una vez que se hayan trabajado los modelos y estos expresen las pérdidas de potencia en función de variables fácilmente manejables.

### 1.5. Metodología empleada

La forma de proceder en este trabajo consiste en lo siguiente:

Primero, se van a **presentar los modelos** que cada autor ha desarrollado en función del fenómeno que genera las pérdidas de potencia (**deslizamiento, rodadura y fricción del aire**) y se van a **expresar todos** en función de **variables manejables** que permitan una fácil comparación entre ellos (aptado. 2 en la parte MEMORIA). Asimismo, se **expresarán todos los modelos** en términos de **eficiencia** o rendimiento, para poder expresar las pérdidas de potencia de la misma manera.

De entre todas las variables que intervienen en los modelos, se seleccionarán aquellas que sean comunes a todos y que sean manejables a la hora de poder realizar modificaciones en el sistema. Una vez seleccionadas, va a analizarse la influencia que éstas (conocidas como variables principales) tienen sobre la variable objetivo (el rendimiento del sistema). Para ello se empleará la **teoría del diseño de experimentos** (descrita en el apartado. 9 en la parte ANEXOS), con la que se podrá estudiar el comportamiento de la variable objetivo en función de la variación de las variables principales entre los niveles (máximo y mínimo) que podrán alcanzar éstas (aptados. 3, 4 y 5 en la parte MEMORIA).

Hasta aquí, el análisis llevado a cabo habrá diferenciado los modelos en base a los tipos de pérdidas de potencia (deslizamiento, rodadura y fricción del aire).

Teniendo clara la influencia de las variables seleccionadas en el diseño de experimentos sobre la variable objetivo, se **agruparán las pérdidas** de potencia por autores para poder comparar los modelos en base a la potencia útil que se puede obtener con la transmisión. Esto se llevará a cabo analizando **cuatro casos prácticos** con la idea de analizar la dispersión de los resultados que se obtienen con los modelos que cada autor propone, analizando las pérdidas de potencia globalmente (aptado. 6 en la parte MEMORIA).

Una vez efectuado dichos estudios, se **analizará** si el **comportamiento** de los modelos es **extrapolable** para mayores rangos de variación de las variables principales, las **semejanzas y diferencias** entre los modelos y las **condiciones** de operación **en que podrían equipararse** los modelos, si es que es posible. Esto se realizará en los apartados de **resultados y conclusiones** del estudio (aptados. 7 y 8 en la parte MEMORIA).



## 2. MODELOS ANALIZADOS

### 2.1. Introducción

A continuación se presentan, de todos los artículos que se han consultado, cada uno de los modelos que los investigadores desarrollaron en función del tipo de pérdidas de potencia que querían analizar.

Primero se presenta la ecuación general del modelo y se va desarrollando ésta para dejarla en función de variables más manejables con la idea de poder analizar si existen diferencias y semejanzas entre ellos y cuáles de estas variables son más relevantes a la hora de cuantificar las pérdidas de potencia.

Los modelos que se describen a continuación no presentan las pérdidas de potencia expresadas bajo las mismas unidades. Unos las presentan en kilovatios, otros como porcentaje de la potencia de entrada y otros en términos de rendimiento. En el apartado 2.2 se expresarán todas ellas en términos de eficiencia teniendo en cuenta que la potencia de entrada es aquella que el motor de entrada le suministra al piñón de entrada.

Para no extenderme demasiado en esta parte del trabajo, las operaciones intermedias realizadas para transformar la ecuación general del modelo en una ecuación que permita evaluar la eficiencia del sistema y ser comparable con el resto de modelos, se van a colocar dichas operaciones en el apartado 9 en la parte de ANEXOS.

Por rendimiento o eficiencia de un sistema se entiende a la capacidad que tiene dicho sistema de aprovechar la energía que se le suministra. Esto suele estar expresado en términos porcentuales, teniendo como referencia la energía que se le suministra al mismo. En este trabajo, nos referiremos a la eficiencia en términos de potencia, dado que se va a trabajar con modelos matemáticos que representan la potencia que un sistema mecánico es capaz de transmitir.

A modo de resumen, se presentan en la siguiente tabla los tipos de pérdidas que cada autor ha analizado con sus modelos.

<b>Tipo de pérdidas</b>	<b>Modelo</b>
Deslizamiento	Shiple Anderson y Loewenthal Merrit Buckingham Goy, Townsend y Zaretsky
Rodadura	Anderson y Loewenthal
Fricción del aire	Shiple Anderson y Loewenthal

TABLA 2.1 Tipos de pérdidas consideradas por los modelos

## 2.2. Comparativa de las ecuaciones desarrolladas en los diferentes modelos estudiados

Las ecuaciones a comparar son<sup>1</sup>:

- Modelo de Anderson y Loewenthal:

$$P_s(x) = C_3 \cdot V_s(x) \cdot F_s(x)$$

EC. 9.1

- Modelo de Shipley:  
(deslizamiento)

$$P_s(\%) = \frac{50f(H_s^2 + H_r^2)}{\cos\theta(H_s + H_r)}$$

EC. 9.16

- (fricción del aire)

$$P_w(\%) = \frac{C_{14} \cdot n^3 \cdot D^5 \cdot F^{0.7}}{100 \cdot 10^{15}}$$

EC. 9.26

Modelo de Buckingham:

$$E = 1 - \left[ \frac{1 + \left( \frac{1}{m_g} \right)}{\beta_a + \beta_r} \right] \left( \frac{f_a}{2} \beta_a^2 + \frac{f_r}{2} \beta_r^2 \right)$$

EC. 9.29

- Modelo reducido de Anderson y Loewenthal:  
(deslizamiento)

$$\overline{P_s} = C_1 f \overline{W} \overline{V_s}$$

EC. 9.39

- (rodadura)

$$\overline{P_R} = C_2 \cdot \overline{h} \overline{V_T} \cdot F \cdot CR$$

EC. 9.49

---

<sup>1</sup> Si no se indica nada, la ecuación únicamente tiene en cuenta el fenómeno de deslizamiento.

(fricción del aire)

$$\overline{P_{w,g}} = C_3 \cdot \left( 1 + 2,3 \cdot \frac{P \cdot F}{N_p \cdot C_p \cdot m_g} \right) \cdot \left( \frac{n_p \cdot C_w \cdot C_s}{m_g} \right)^{2,8} \cdot \left( \frac{N_p \cdot C_p \cdot m_g}{P} \right)^{4,6} \cdot (0,028 \mu + C_4)^{0,2}$$

EC. 9.54

$$\overline{P_{w,p}} = C_3 \cdot \left( 1 + 2,3 \cdot \frac{P \cdot F}{N_p \cdot C_p} \right) \cdot (n_p \cdot C_w \cdot C_s)^{2,8} \cdot \left( \frac{N_p \cdot C_p}{P} \right)^{4,6} \cdot (0,028 \mu + C_4)^{0,2}$$

EC. 9.55

- Modelo de Merrit:  
(deslizamiento)

$$P(\%) = \frac{f}{2} \cdot \pi \cdot \left( \frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_g} \right) \cdot 100$$

EC. 9.57

- Modelo de Goy, Townsend y Zaretsky  
(deslizamiento)

$$Q_s = C_1 f \overline{W_N} v_s$$

EC. 9.64

Aunque se haya mostrado la ecuación del Modelo de Goy, Townsend y Zaretsky, no va a tenerse en cuenta en el diseño de experimentos por tratarse de la misma ecuación que presentó Anderson y Loewenthal con anterioridad (3).

Algo similar sucederá con el modelo propuesto en el apartado 9.1 (6). Debe descartarse ya que éste es válido para evaluar las pérdidas de potencia considerando los diferentes puntos de contacto que pueden existir dentro de la línea de contacto. Por ello, los resultados obtenidos con él son puntuales, no promediados así que no podrán compararse con el resto de modelos que sí ofrecen unos resultados promediados.

Se puede apreciar en las ecuaciones mostradas anteriormente que no todos los modelos expresan las pérdidas de potencia en los mismos términos. Para poder realizar comparaciones entre los modelos se van a expresar las pérdidas de potencia de todos los modelos en términos de eficiencia (expresando ésta en tanto por uno). Para ello definiremos que la potencia teórica que suministra la fuente de energía a la que va conectado directamente el engranaje de entrada es:

$$P_T = T_e \cdot n_m \cdot \frac{2\pi}{60}$$

EC. 2.1

siendo

- |       |  |
|-------|--|
| $P_T$ | Potencia transmitida por el motor (Vatios) |
| $T_e$ | par transmitido por el motor (N·m)         |

$n_m$  velocidad de giro del motor (rpm)

Así, las ecuaciones de los modelos anteriores quedarán como sigue<sup>2</sup>:

- Modelo de Shipley:

(deslizamiento)

$$E = \frac{100 - P_s (\%)}{100}$$

EC. 2.2

(fricción del aire)

$$E = \frac{100 - P_w (\%)}{100}$$

EC. 2.3

- Modelo de Buckingham:

No hace falta modificar su ecuación original.

- Modelo reducido de Anderson y Loewenthal:

(deslizamiento)

$$E = 1 - \frac{P_s}{P_T}$$

EC. 2.4

(rodadura)

$$E = 1 - \frac{P_R}{P_T}$$

EC. 2.5

(fricción del aire)

$$E = 1 - \frac{(P_{w,g} + P_{w,p})}{P_T}$$

EC. 2.6

- Modelo de Merrit:

$$E = \frac{100 - P(\%)}{100}$$

EC. 2. 7

- Modelo de Goy, Townsend y Zaretsky

$$E = 1 - \frac{Q_s}{P_T}$$

EC. 2. 8

---

<sup>2</sup> Si no se indica nada, la ecuación únicamente tiene en cuenta el fenómeno de deslizamiento.



A continuación se muestra una tabla en la que se van a detallar las variables que intervienen en los diferentes modelos que se han estudiado anteriormente.

Variable	Significado	Modelo 1 <sup>3</sup>	Modelo 2 <sup>4</sup>	Modelo 3 <sup>5</sup>	Modelo 4 <sup>6</sup>	Modelo 5 <sup>7</sup>	Modelo 6 <sup>8</sup>
$\theta$	ángulo de presión	x	x	x	x	x	x
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	x	x	x	x	x	x
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x	x	x	x	x	x
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	x	x	x	x	x	x
P	paso diametral	x	x	x	x	x	x
$T_p$	par transmitido	x	x				x
F	ancho de la cara del diente	x	x				x
m	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	x	x				x
$\nu$	viscosidad cinemática del lubricante					x	

TABLA 2.2 Variables principales modelos

Existen tres modelos que se basan en la misma ecuación y que por lo tanto dependen de las mismas variables. Estos son:

- Modelo de Anderson y Loewenthal
- Modelo reducido de Anderson y Loewenthal
- Modelo de Goy, Townsend y Zaretsky

Las diferencias entre las ecuaciones presentadas por estos tres, aunque existe alguna diferencia a la hora de calcular alguna de sus variables, deberían ser mínimas.

Existen otros dos modelos (Modelo de Shipley y Modelo de Buckingham) que dependen de las mismas variables también, pero difieren de los anteriores en que no consideran a las siguientes variables:

- viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas ( $\mu_0$ )
- ancho de la cara del diente (F)
- par transmitido ( $T_p$ )

---

<sup>3</sup> Modelo de Anderson y Loewenthal

<sup>4</sup> Modelo reducido de Anderson y Loewenthal

<sup>5</sup> Modelo de Shipley

<sup>6</sup> Modelo de Buckingham

<sup>7</sup> Modelo de Merrit

<sup>8</sup> Modelo de Goy, Townsend y Zaretsky

Sin embargo, estos dos modelos calculan las pérdidas de potencia de diferentes maneras por lo que es previsible que existan diferencias a la hora de analizar la dependencia de las variables con la variable objetivo.

Por último, el Modelo de Merrit difiere de todos los anteriores en que tiene en cuenta a todas las variables de los dos modelos anteriores y además considera a una variable que hace referencia a una propiedad del lubricante empleado en la transmisión, su viscosidad cinemática.

Teniendo en cuenta las diferencias y semejanzas descritas anteriormente entre los modelos que se han presentado, se van a analizar mediante la teoría del diseño de experimentos los modelos de Anderson y Loewenthal, Shipley, Buckingham y Merrit para estudiar la dependencia de las variables objetivo (la eficiencia de la transmisión) con las variables de entrada seleccionadas en cada caso.

### 2.3. Consideración a las limitaciones de los modelos

De todas las limitaciones descritas con anterioridad para cada uno de los modelos que van a analizarse, deben tenerse en cuenta las siguientes:

- $D_p < 0,51$  metros

Aclaración a la nota 15 pág. 131: Al realizar un diseño de experimentos empleando dos niveles para cada variable en estudio, existen cuatro posibles valores de  $D_p$  que no pueden cumplir la relación de que  $F/D_p \approx 0,5$ . Por ese motivo se han tomado como valores posibles de  $F$  los indicados en una tabla resumen para la experimentación con Modelo de Anderson y Loewenthal (6 pág. 30).

Aclaración a la nota 19 pág. 146: Dado que la rugosidad de la superficie de contacto no se ha parametrizado en ninguno de los modelos, esta limitación únicamente será de consideración a la hora de seleccionar los engranajes que vayan a utilizarse al emplear estos modelos y realizar mediciones de pérdidas de potencia para poder validar los resultados obtenidos al emplear estos modelos.

Aclaración a la nota 20 pág. 150: Las expresiones descritas con anterioridad en el Modelo de Merrit fueron pensadas para un paso diametral de 1 diente/pulgada y una relación de contacto de 1,5 dientes en contacto/vuelta, no obstante se han obviado esos valores para poder trabajar con la expresión genérica y así establecer comparaciones entre los modelos con valores más elevados. Un paso diametral de estas dimensiones acarrea unos engranajes de diámetro muy pequeño.

## 2.4. Selección de variables a analizar y condiciones de operación

Teniendo en cuenta las limitaciones que cada modelo tiene y todas las variables que intervienen en estos, se han seleccionado cinco de éstas para llevar a cabo el análisis de la influencia que tienen sobre la variable objetivo.

Variable	Significado	Unidades
$\theta$	ángulo de presión	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	
P	paso diametral	nº dientes/pulgada
F	ancho de cara del diente	metros

TABLA 2.3 Variables principales comunes a todos los modelos

Se seleccionan estas variables por ser más manejables a la hora de poder elegir los engranajes de la transmisión.

Estas variables tomarán valores dependiendo del nivel en que se encuentren, tal y como se explicó en el anterior apartado. Los valores mínimo y máximo que tomará cada variable son:

Variable	Mínimo	Máximo	Unidades
$n_p$	2000	4500	rpm
P	8	10	pulgadas
$N_p$	48	55	
$\theta$	20	30	grados
F	0,0397	0,05	metros

TABLA 2.4 Niveles de las variables principales

Los motivos de selección de estos valores se explican a continuación:

La velocidad de rotación del engranaje de entrada se ha seleccionado en esos valores máximo y mínimo por ser los que presentan algunos motores a ralentí y a máxima potencia.

El paso diametral, el número de dientes del piñón de entrada, el ancho de cara del diente y el ángulo de presión del diente se han establecido en esos valores por coincidir con los ejemplos propuestos en el artículo (6) en que se describe el Modelo de Anderson y Loewenthal.

El resto de variables que también influyen en los modelos analizados han sido fijadas de la siguiente manera:

La relación de transmisión ( $m_g$ ) se ha fijado en 2 porque se pretende conseguir una transmisión reductora para obtener mayor par a la salida.

La viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas y la viscosidad cinemática se ha obtenido de los datos que aparecen en un ejemplo llevado a cabo en el Modelo de Anderson y Loewenthal (6) para validar el modelo, éstas son de 0,05 N·s/m<sup>2</sup> y 0,06 cm<sup>2</sup>/s respectivamente. Del mismo modelo se ha obtenido el par transmitido por el engranaje de entrada (271 N·m).

Variable	Valor	Unidades	Equivalencia
$m_g$	2		
$T_p$	271	N·m	
$\nu$	0,6	centistokes	6 m <sup>2</sup> /s

m	0,05	N·s/m <sup>2</sup>	
---	------	--------------------	--

TABLA 2.5 Niveles de las otras variables de los modelos

Estos valores que quedan fijos pueden no corresponderse con la mayoría de usos que se le puede dar a una transmisión mecánica con engranajes cilíndricos de dentado recto, sin embargo se encuentran dentro de los rangos que otros autores han propuesto para sus experimentos. Por ello se presupone que no distorsionarán los resultados que de este estudio puedan obtenerse.



### 3. APLICACIÓN DEL D.E. PARA ANALIZAR LAS PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDAS AL DESLIZAMIENTO

A continuación se va a llevar a cabo un análisis de los 4 factores más relevantes comunes a todos los modelos anteriores para determinar si existe alguna relación entre los resultados que cada modelo proporciona.

Como se vio en el apartado. 2, los modelos dependen de las siguientes variables:

Variable	Significado	Unidades
$\theta$	ángulo de presión	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	
P	paso diametral	nº dientes/pulgada

TABLA 3.1 Variables principales comunes a todos los modelos

Los niveles y valores de las variables que se van a considerar son los indicados en el apartado. 2.4.

### 3.1. Modelo de Shipley

#### 3.1.1. Aplicación del estudio

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las cuatro variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	$\theta$		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	20	o	0,99722147
2000	8	48	30	d	0,99782291
2000	8	55	30	cd	0,9981478
2000	10	55	30	bcd	0,99804207
2000	8	55	20	c	0,99762308
2000	10	48	20	b	0,99702646
4500	8	48	20	a	0,99544257
2000	10	48	30	bd	0,99767011
4500	10	55	20	abc	0,9966093
2000	10	55	20	bc	0,9974874
4500	8	55	20	ac	0,99442817
4500	8	48	30	ad	0,99642906
4500	8	55	30	acd	0,99565819
4500	10	48	20	ab	0,99684196
4500	10	48	30	abd	0,99752554
4500	10	55	30	abcd	0,99735782

TABLA 3.2 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.25)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

#### 3.1.2. Significatividad de los efectos

##### 3.1.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99628658	0,99732008	0,99691923	0,99733169
-	0,99763016	0,99659666	0,99699751	0,99658505

TABLA 3.3 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.25)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.



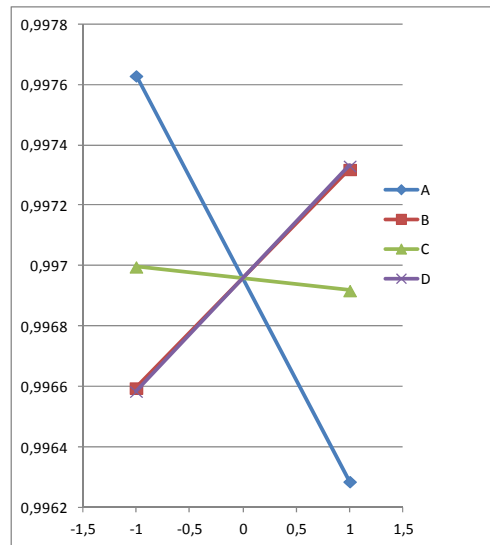


FIGURA 3.1 Gráfico de efectos principales (ec. 9.25)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	θ
	A	B	C	D
pendiente (%)	-0,06717937	0,03617135	-0,00391397	0,0373317

TABLA 3.4 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.25)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

### 3.1.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	-0,001343587
<b>B</b>	0,000723427
<b>C</b>	-7,82794E-05
<b>D</b>	0,000746634
<b>AB</b>	0,000870732
<b>AC</b>	-0,000468132
<b>AD</b>	0,000165517
<b>BC</b>	0,000186408
<b>BD</b>	-8,90303E-05
<b>CD</b>	1,78477E-05
<b>ABC</b>	0,00015981
<b>ABD</b>	-0,000107071
<b>ACD</b>	5,92687E-05
<b>BCD</b>	0,000298415
<b>ABCD</b>	-2,07912E-05

TABLA 3.5 Efectos de cada factor (ec. 9.25)

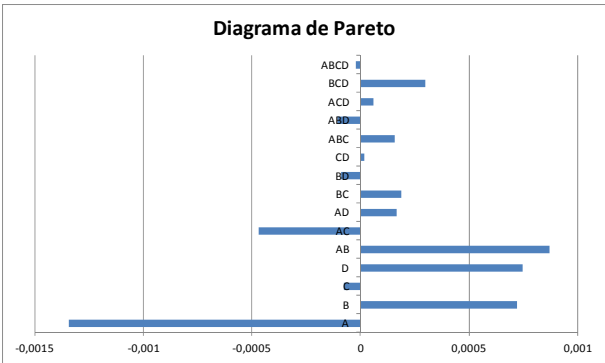


FIGURA 3.2 Diagrama de Pareto (ec. 9.25)

3.1.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
A	-0,00134359	1	-1,83391464
AC	-0,00046813	2	-1,28155157
ABD	-0,00010707	3	-0,96742157
BD	-8,903E-05	4	-0,72791329
C	-7,8279E-05	5	-0,52440051
ABCD	-2,0791E-05	6	-0,34069483
CD	1,7848E-05	7	-0,167894
ACD	5,9269E-05	8	-1,3921E-16
ABC	0,00015981	9	0,167894
AD	0,00016552	10	0,34069483
BC	0,00018641	11	0,52440051
BCD	0,00029841	12	0,72791329
B	0,00072343	13	0,96742157
D	0,00074663	14	1,28155157
AB	0,00087073	15	1,83391464

TABLA 3.6 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.25)

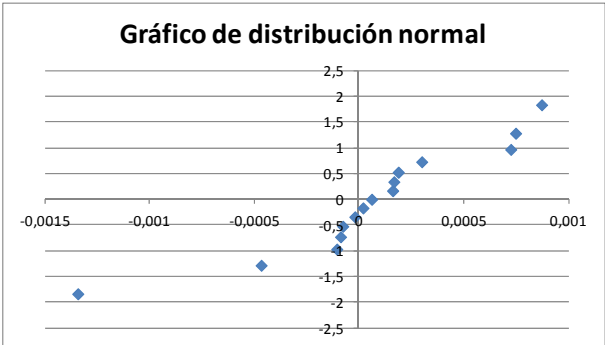


FIGURA 3.3 Gráfico de distribución normal (ec. 9.25)

### 3.1.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AC	-0,00046813	AC	0,0005274	ACD	0
ABD	-0,00010707	ABD	0,00016634	CD	4,1421E-05
BD	-8,903E-05	BD	0,0001483	ABCD	8,00599E-05
ABCD	-2,0791E-05	ABCD	8,006E-05	ABC	0,000100541
CD	1,78477E-05	CD	4,1421E-05	AD	0,000106248
ACD	5,92687E-05	ACD	0	BC	0,00012714
ABC	0,00015981	ABC	0,00010054	BD	0,000148299
AD	0,000165517	AD	0,00010625	ABD	0,00016634
BC	0,000186408	BC	0,00012714	BCD	0,000239146
BCD	0,000298415	BCD	0,00023915	AC	0,000527401
AB	0,000870732	AB	0,00081146	AB	0,000811464
Mediana	5,92687E-05			MEDA	0,00012714
μ	0,99695837				

TABLA 3.7 Cálculo de la MEDA (ec. 9.25)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	-0,00134359	SI	-0,00067179
B	0,00072343	SI	0,00036171
D	0,00074663	SI	0,00037332
AB	0,00087073	SI	0,00043537
AC	-0,00046813	SI	-0,00023407

TABLA 3.8 Significatividad de los efectos (ec. 9.25)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.25 es:

$$E = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{D}{2} \cdot \theta + \frac{AB}{2} \cdot n_p \cdot P + \frac{AC}{2} \cdot n_p \cdot N_p$$

EC. 3.1

siendo

- μ Estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- n<sub>p</sub> velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

P	paso diametral (n° dientes/pulgada)
$N_p$	número de dientes del piñón de entrada
$\theta$	ángulo de presión del diente (grados)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.25 y los que se obtienen con la ecuación 3.1 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

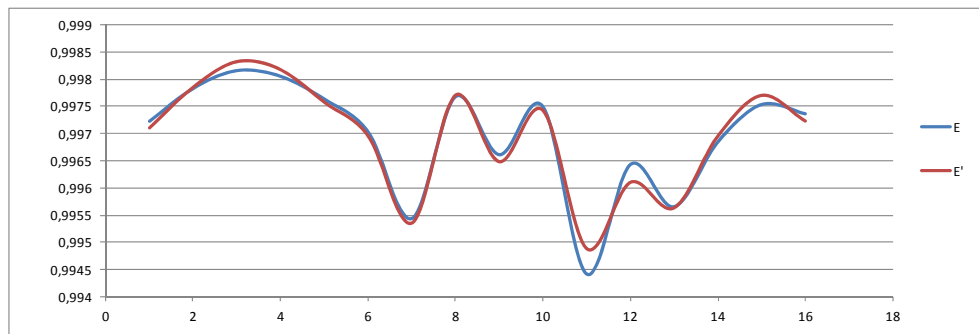


FIGURA 3.4 Comparativa ec. 9.25 del modelo con la ec. 3.1 del D.E.

### 3.2. Modelo reducido de Anderson y Loewenthal

#### 3.2.1. Aplicación del estudio (caso 1)

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las cuatro variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	$\theta$		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	20	o	0,9964
2000	8	48	30	d	0,9975
2000	8	55	30	cd	0,9981
2000	10	55	30	bcd	0,9975
2000	8	55	20	c	0,9972
2000	10	48	20	b	0,9956
4500	8	48	20	a	0,9988
2000	10	48	30	bd	0,9968
4500	10	55	20	abc	0,9986
2000	10	55	20	bc	0,9965
4500	8	55	20	ac	0,9993
4500	8	48	30	ad	0,9994
4500	8	55	30	acd	0,9997
4500	10	48	20	ab	0,9979
4500	10	48	30	abd	0,9987
4500	10	55	30	abcd	0,9991

TABLA 3.9 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

#### 3.2.2. Significatividad de los efectos (caso 1)

##### 3.2.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99894283	0,99758586	0,99825336	0,99835748
-	0,99695735	0,99831432	0,99764682	0,99754271

TABLA 3.10 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.48)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

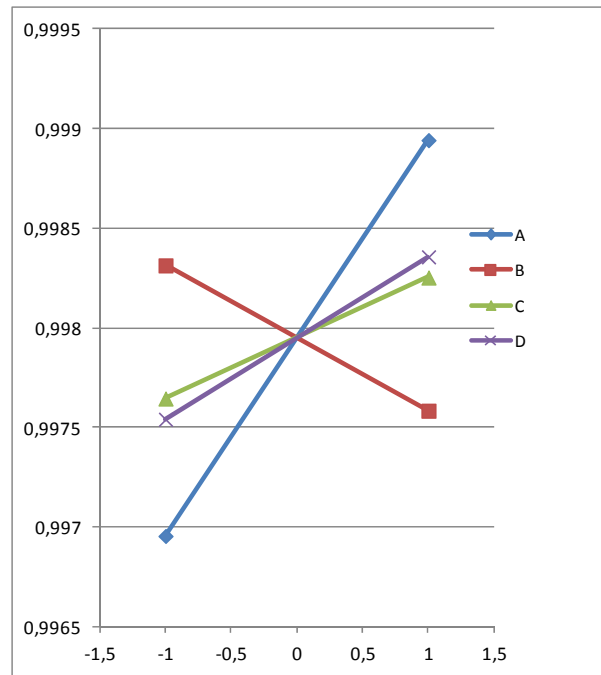


FIGURA 3.5 Gráfico de efectos principales (ec. 9.48)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	$\theta$
	A	B	C	D
pendiente (%)	0,09927362	-0,03642281	0,03032699	0,04073844

TABLA 3.11 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.48)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

### 3.2.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	0,001985472
<b>B</b>	-0,000728456
<b>C</b>	0,00060654
<b>D</b>	0,000814769
<b>AB</b>	0
<b>AC</b>	-0,000126967
<b>AD</b>	-0,000242933
<b>BC</b>	4,65831E-05
<b>BD</b>	8,91303E-05
<b>CD</b>	-9,29779E-05
<b>ABC</b>	0
<b>ABD</b>	-2,22045E-16
<b>ACD</b>	1,28046E-05

BCD	-5,97714E-05
ABCD	0

TABLA 3.12 Efectos de cada factor (ec. 9.48)

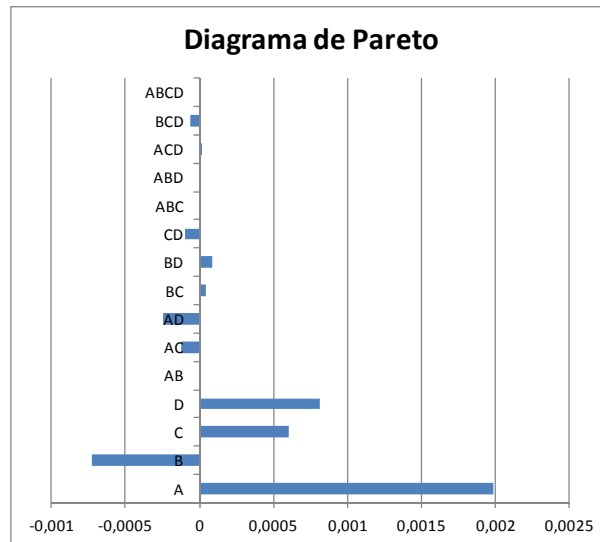


FIGURA 3.6 Diagrama de Pareto (ec. 9.48)

### 3.2.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
B	-0,00072846	1	-1,83391464
AD	-0,00024293	2	-1,28155157
AC	-0,00012697	3	-0,96742157
CD	-9,2978E-05	4	-0,72791329
BCD	-5,9771E-05	5	-0,52440051
ABD	-2,2204E-16	6	-0,34069483
AB	0	7	-0,167894
ABC	0	8	-1,3921E-16
ABCD	0	9	0,167894
ACD	1,2805E-05	10	0,34069483
BC	4,6583E-05	11	0,52440051
BD	8,913E-05	12	0,72791329
C	0,00060654	13	0,96742157
D	0,00081477	14	1,28155157
A	0,00198547	15	1,83391464

TABLA 3.13 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48)

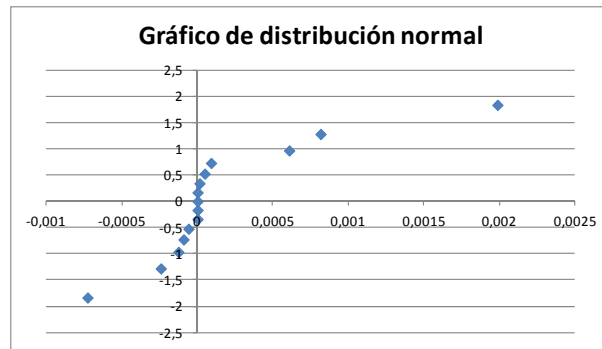


FIGURA 3.7 Gráfico de distribución normal (ec. 9.48)

### 3.2.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 1)

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AD	-0,000242933	AD	0,00024293	AB	0
AC	-0,000126967	AC	0,00012697	ABC	0
CD	-9,29779E-05	CD	9,2978E-05	ABCD	0
BCD	-5,97714E-05	BCD	5,9771E-05	ABD	2,22045E-16
ABD	-2,22045E-16	ABD	2,2204E-16	ACD	1,28046E-05
AB	0	AB	0	BC	4,65831E-05
ABC	0	ABC	0	BCD	5,97714E-05
ABCD	0	ABCD	0	BD	8,91303E-05
ACD	1,28046E-05	ACD	1,2805E-05	CD	9,29779E-05
BC	4,65831E-05	BC	4,6583E-05	AC	0,000126967
BD	8,91303E-05	BD	8,913E-05	AD	0,000242933
Mediana	0			MEDA	4,65831E-05
$\mu$	0,99795009				

TABLA 3.14 Cálculo de la MEDA (ec. 9.48)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	0,00198547	SI	0,00099274
B	-0,00072846	SI	-0,00036423
C	0,00060654	SI	0,00030327
D	0,00081477	SI	0,00040738
AD	-0,00024293	SI	-0,00012147

TABLA 3.15 Significatividad de los efectos (ec. 9.48)



Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.48 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{D}{2} \cdot \theta + \frac{AD}{2} \cdot n_p \cdot \theta$$

EC. 3.2

siendo

$\mu$	estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
E	eficiencia de la transmisión
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
P	paso diametral (nº dientes/pulgada)
$\theta$	ángulo de presión del diente (grados)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.48 y los que se obtienen con la ecuación 3.2 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

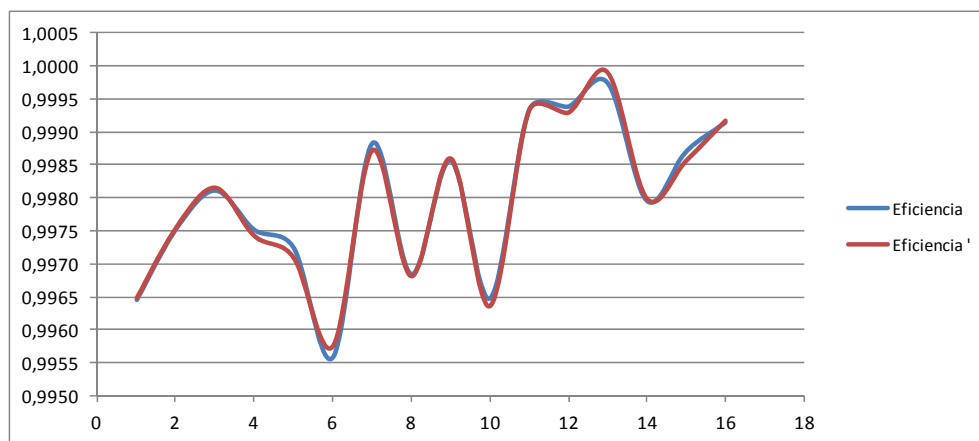


FIGURA 3.8 Comparativa ec. 9.48 del modelo con la ec. 3.2 del D.E.

### 3.2.4. Aplicación del estudio (caso 2)

En el caso anterior se ha visto que la variable menos significativa era el número de dientes del engranaje de entrada ( $N_p$ ) por ello se sustituirá ésta por la anchura de la cara del diente (F) para realizar el segundo estudio en este modelo.

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las cuatro variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	F	$\theta$		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	0.0397	20	o	0,9962
2000	8	0.0397	30	d	0,9973
2000	8	0.05	30	cd	0,9975
2000	10	0.05	30	bcd	0,9968
2000	8	0.05	20	c	0,9964
2000	10	0.0397	20	b	0,9953
4500	8	0.0397	20	a	0,9986
2000	10	0.0397	30	bd	0,9967
4500	10	0.05	20	abc	0,9979
2000	10	0.05	20	bc	0,9956
4500	8	0.05	20	ac	0,9988
4500	8	0.0397	30	ad	0,9992
4500	8	0.05	30	acd	0,9994
4500	10	0.0397	20	ab	0,9977
4500	10	0.0397	30	abd	0,9985
4500	10	0.05	30	abcd	0,9987

TABLA 3.16 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

### 3.2.5. Significatividad de los efectos (caso 2)

#### 3.2.5.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99860289	0,99715915	0,99764682	0,99801267
-	0,99649045	0,99793419	0,99744652	0,99708068

TABLA 3.17 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.48)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

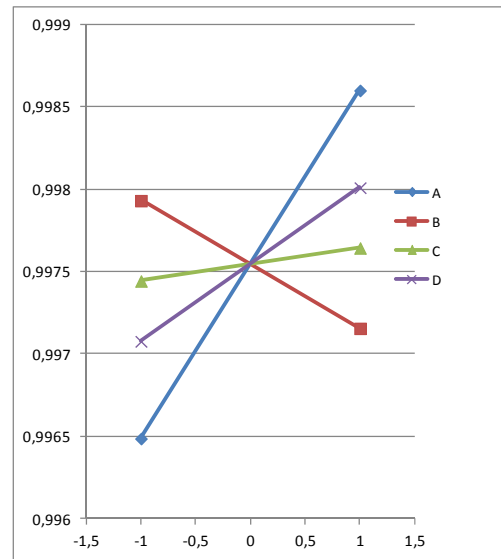


FIGURA 3.9 Gráfico de efectos principales (ec. 9.48)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	F	$\theta$
	A	B	C	D
pendiente (%)	0,10562195	-0,03875197	0,01001484	0,04659976

TABLA 3.18 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.48)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

### 3.2.5.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	0,00211244
<b>B</b>	-0,00077504
<b>C</b>	0,0002003
<b>D</b>	0,00084001
<b>AB</b>	0
<b>AC</b>	0
<b>AD</b>	-0,00025574
<b>BC</b>	2,2204E-16
<b>BD</b>	9,3828E-05
<b>CD</b>	-2,4248E-05
<b>ABC</b>	0
<b>ABD</b>	2,2204E-16
<b>ACD</b>	0
<b>BCD</b>	-0,00023245
<b>ABCD</b>	2,2204E-16

TABLA 3.19 Efectos de cada factor (ec. 9.48)

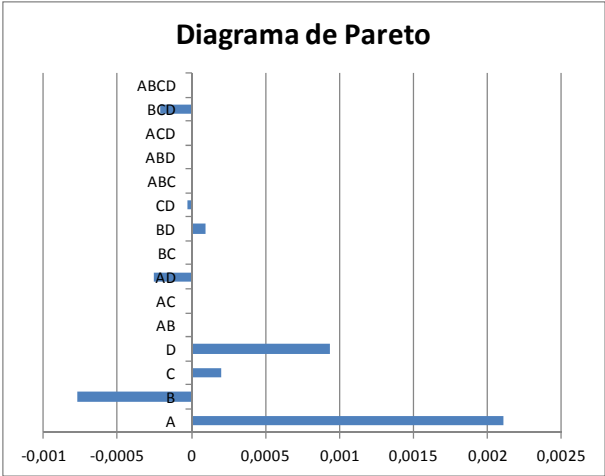


FIGURA 3.10 Diagrama de Pareto (ec. 9.48)

3.2.5.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
B	-0,00077504	1	-1,83391464
AD	-0,00025574	2	-1,28155157
BCD	-0,00020946	3	-0,96742157
CD	-2,4248E-05	4	-0,72791329
AB	0	5	-0,52440051
BC	0	6	-0,34069483
ABC	0	7	-0,167894
ABCD	0	8	-1,3921E-16
AC	2,2204E-16	9	0,167894
ABD	2,2204E-16	10	0,34069483
ACD	2,2204E-16	11	0,52440051
BD	9,3828E-05	12	0,72791329
C	0,0002003	13	0,96742157
D	0,000932	14	1,28155157
A	0,00211244	15	1,83391464

TABLA 3.20 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.48)

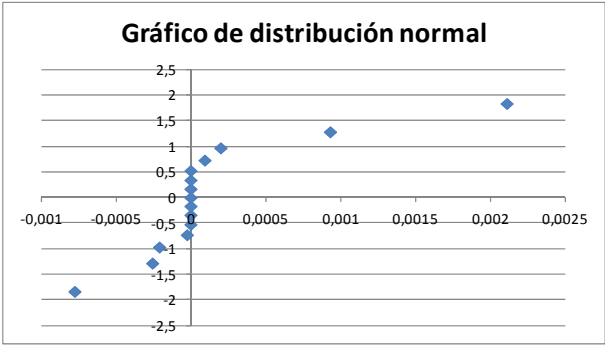


FIGURA 3.11 Gráfico de distribución normal (ec. 9.48)

### 3.2.6. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 2)

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AD	-0,00025574	AD	0,00025574	AB	0
BCD	-0,00020946	BCD	0,00020946	BC	0
CD	-2,4248E-05	CD	2,4248E-05	ABC	0
AB	0	AB	0	ABCD	0
BC	0	BC	0	AC	2,22045E-16
ABC	0	ABC	0	ABD	2,22045E-16
ABCD	0	ABCD	0	ACD	2,22045E-16
AC	2,22045E-16	AC	2,2204E-16	CD	2,42484E-05
ABD	2,22045E-16	ABD	2,2204E-16	BD	9,38283E-05
ACD	2,22045E-16	ACD	2,2204E-16	BCD	0,000209455
BD	9,38283E-05	BD	9,3828E-05	AD	0,000255737
Mediana	0			MEDA	2,22045E-16
$\mu$	0,99792659				

TABLA 3.21 Cálculo de la MEDA (ec. 9.48)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	0,00211244	SI	0,00105622
B	-0,00077504	SI	-0,00038752
C	0,0002003	SI	0,00010015
D	0,000932	SI	0,000466
AD	-0,00025574	SI	-0,00012787
BD	9,3828E-05	SI	4,6914E-05
CD	-2,4248E-05	SI	-1,2124E-05
BCD	-0,00020946	SI	-0,00010473

TABLA 3.22 Significatividad de los efectos (ec. 9.48)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.48 es:

$$E = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot F + \frac{D}{2} \cdot \theta + \frac{AD}{2} \cdot n_p \cdot \theta + \frac{BD}{2} \cdot P \cdot \theta + \frac{CD}{2} \cdot F \cdot \theta + \frac{BCD}{2} \cdot P \cdot F \cdot \theta$$

EC. 3.3

siendo

$\mu$  estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)

E	eficiencia de la transmisión
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
P	paso diametral (n° dientes/pulgada)
$\theta$	ángulo de presión del diente (grados)
F	anchura de la cara del diente (metros)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.48 y los que se obtienen con la ecuación 3.3 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

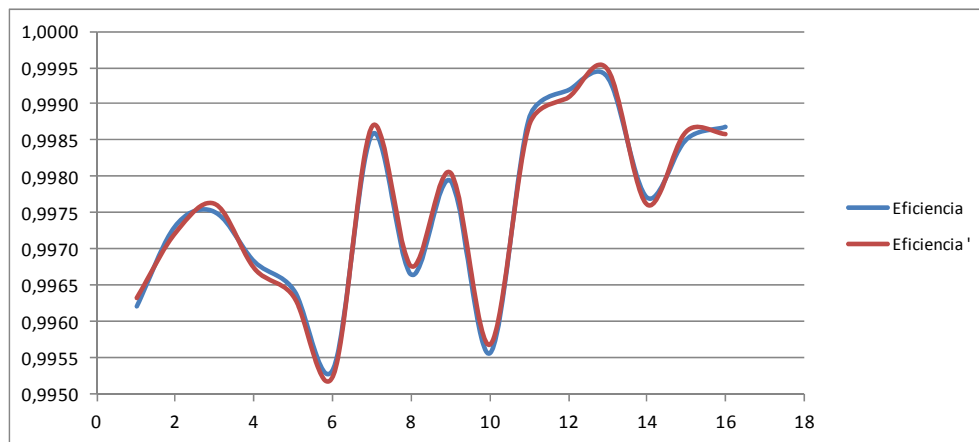


FIGURA 3.12 Comparativa ec. 9.48 del modelo con la ec. 3.3 del D.E.

### 3.3. Modelo de Buckingham

#### 3.3.1. Aplicación del estudio

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las cuatro variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	$\theta$		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	20	o	0,99847639
2000	8	48	30	d	0,99896371
2000	8	55	30	cd	0,99908717
2000	10	55	30	bcd	0,99918354
2000	8	55	20	c	0,9986443
2000	10	48	20	b	0,99863724
4500	8	48	20	a	0,99771459
2000	10	48	30	bd	0,99907312
4500	10	55	20	abc	0,99818114
2000	10	55	20	bc	0,99878743
4500	8	55	20	ac	0,99796645
4500	8	48	30	ad	0,99844557
4500	8	55	30	acd	0,99863075
4500	10	48	20	ab	0,99795587
4500	10	48	30	abd	0,99860967
4500	10	55	30	abcd	0,9987753

TABLA 3.23 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.29)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

#### 3.3.2. Significatividad de los efectos

##### 3.3.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99828492	0,99865041	0,99865701	0,9988461
-	0,99885661	0,99849112	0,99848452	0,99829543

TABLA 3.24 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.29)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

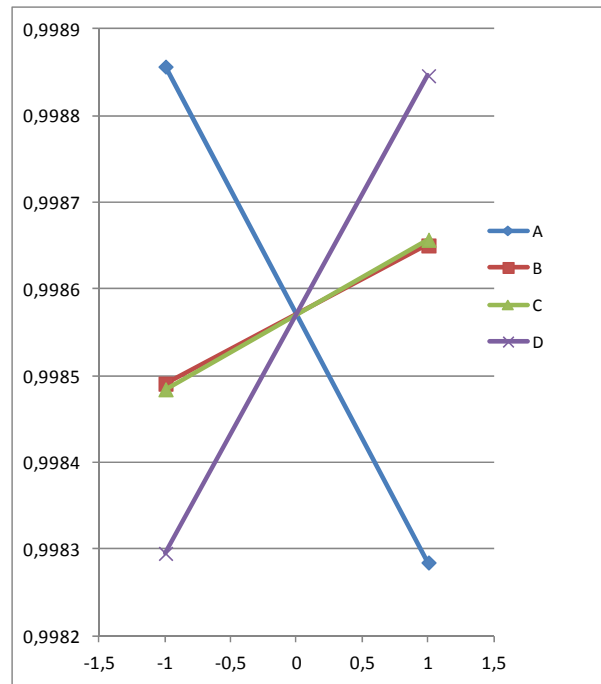


FIGURA 3.13 Gráfico de efectos principales (ec. 9.29)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	$\theta$
	A	B	C	D
pendiente (%)	-0,0285847	0,00796485	0,00862445	0,02753383

TABLA 3.25 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.29)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

### 3.3.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	-0,000571694
<b>B</b>	0,000159297
<b>C</b>	0,000172489
<b>D</b>	0,000550677
<b>AB</b>	3,18594E-05
<b>AC</b>	3,44978E-05
<b>AD</b>	0,000110135
<b>BC</b>	-9,61248E-06
<b>BD</b>	-3,06882E-05
<b>CD</b>	-2,63188E-05
<b>ABC</b>	-1,9225E-06
<b>ABD</b>	-6,13763E-06



<b>ACD</b>	0,000318325
<b>BCD</b>	-5,26376E-06
<b>ABCD</b>	2,93339E-07

TABLA 3.26 Efectos de cada factor (ec. 9.29)

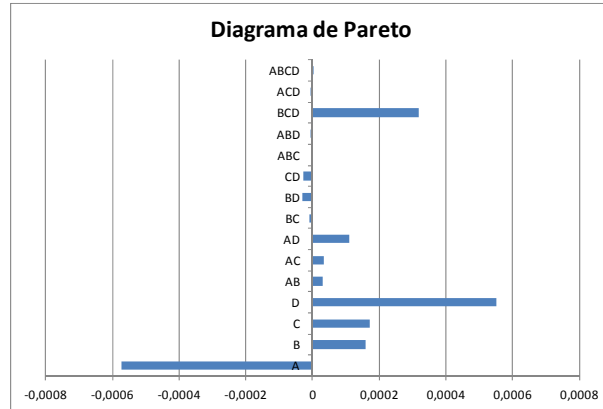


FIGURA 3.14 Diagrama de Pareto (ec. 9.29)

### 3.3.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
A	-0,00057169	1	-1,83391464
BD	-3,0688E-05	2	-1,28155157
CD	-2,6319E-05	3	-0,96742157
BC	-9,6125E-06	4	-0,72791329
ABD	-6,1376E-06	5	-0,52440051
ACD	-5,2638E-06	6	-0,34069483
ABC	-1,9225E-06	7	-0,167894
ABCD	2,9334E-07	8	-1,3921E-16
AB	3,1859E-05	9	0,167894
AC	3,4498E-05	10	0,34069483
AD	0,00011014	11	0,52440051
B	0,0001593	12	0,72791329
C	0,00017249	13	0,96742157
BCD	0,00031833	14	1,28155157
D	0,00055068	15	1,83391464

TABLA 3.27 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.29)

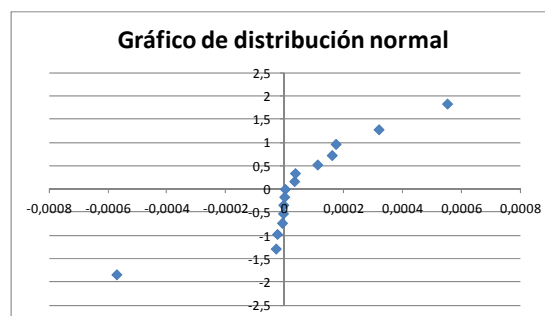


FIGURA 3.15 Gráfico de distribución normal (ec. 9.29)

### 3.3.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
BD	-3,06882E-05	BD	0,000029	ABC	0,000000
CD	-2,63188E-05	CD	0,000024	ABCD	0,000002
BC	-9,61248E-06	BC	0,000008	ACD	0,000003
ABD	-6,13763E-06	ABD	0,000004	ABD	0,000004
ACD	-5,26376E-06	ACD	0,000003	BC	0,000008
ABC	-1,9225E-06	ABC	0,000000	CD	0,000024
ABCD	2,93339E-07	ABCD	0,000002	BD	0,000029
AB	3,18594E-05	AB	0,000034	AB	0,000034
AC	3,44978E-05	AC	0,000036	AC	0,000036
AD	0,000110135	AD	0,000112	AD	0,000112
BCD	0,000318325	BCD	0,000320	BCD	0,000320248
Mediana	-1,9225E-06			MEDA	0,000024
$\mu$	0,99857076				

TABLA 3.28 Cálculo de la MEDA (ec. 9.29)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	-0,00057169	SI	-0,00028585
B	0,0001593	SI	7,9649E-05
C	0,00017249	SI	8,6244E-05
D	0,00055068	SI	0,00027534
AD	0,00011014	SI	5,5068E-05
BCD	0,00031833	SI	0,00015916

TABLA 3.29 Significatividad de los efectos (ec. 9.29)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.29 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{D}{2} \cdot \theta + \frac{AD}{2} \cdot n_p \cdot \theta + \frac{BCD}{2} \cdot P \cdot N_p \cdot \theta$$

EC. 3.4

siendo

- $\mu$  estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- $n_p$  velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

$N_p$       número de dientes del piñón de entrada  
 $\theta$       ángulo de presión del diente (grados)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.29 y los que se obtienen con la ecuación 3.4 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

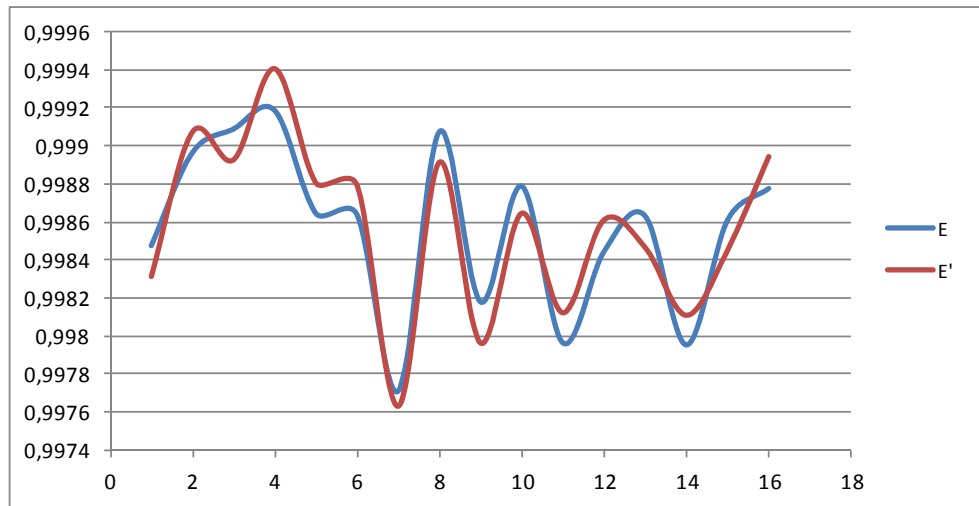


FIGURA 3.16 Comparativa ec. 9.29 del modelo con la ec. 3.4 del D.E.

### 3.4. Modelo de Merrit

#### 3.4.1. Aplicación del estudio

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las cuatro variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	θ		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	20	o	0,99362373
2000	8	48	30	d	0,99487399
2000	8	55	30	cd	0,99590524
2000	10	55	30	bcd	0,99488155
2000	8	55	20	c	0,9949065
2000	10	48	20	b	0,99202966
4500	8	48	20	a	0,99574915
2000	10	48	30	bd	0,99359249
4500	10	55	20	abc	0,99575542
2000	10	55	20	bc	0,99363313
4500	8	55	20	ac	0,99660433
4500	8	48	30	ad	0,99658266
4500	8	55	30	acd	0,99727016
4500	10	48	20	ab	0,99468644
4500	10	48	30	abd	0,99572833
4500	10	55	30	abcd	0,9965877

TABLA 3.30 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.63)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

#### 3.4.2. Significatividad de los efectos

##### 3.4.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99612052	0,99461184	0,995693	0,99567777
-	0,99418079	0,99568947	0,99460831	0,99462355

TABLA 3.31 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.63)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

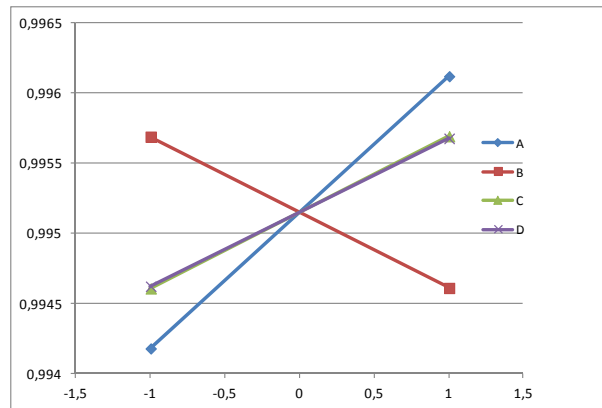


FIGURA 3.17 Gráfico de efectos principales (ec. 9.63)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	$\theta$
	A	B	C	D
pendiente (%)	0,09698689	-0,05388161	0,05423469	0,05271097

TABLA 3.32 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.63)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

#### 3.4.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	0,001939738
<b>B</b>	-0,001077632
<b>C</b>	0,001084694
<b>D</b>	0,001054219
<b>AB</b>	0,000215526
<b>AC</b>	-0,000216939
<b>AD</b>	-0,000210844
<b>BC</b>	0,000120522
<b>BD</b>	0,000117135
<b>CD</b>	-0,000117903
<b>ABC</b>	-2,41043E-05
<b>ABD</b>	-2,34271E-05
<b>ACD</b>	2,35806E-05
<b>BCD</b>	0,000114278
<b>ABCD</b>	2,62007E-06

TABLA 3.33 Efectos de cada factor (ec. 9.63)

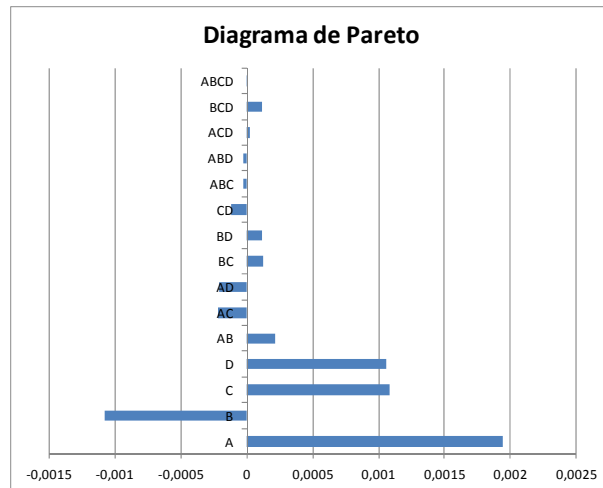


FIGURA 3.18 Diagrama de Pareto (ec. 9.63)

### 3.4.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
B	-3,4586E-05	1	-1,83391464
AC	-6,9625E-06	2	-1,28155157
AD	-6,7669E-06	3	-0,96742157
CD	-3,784E-06	4	-0,72791329
ABC	-7,7361E-07	5	-0,52440051
ABD	-7,5188E-07	6	-0,34069483
ABCD	8,4089E-08	7	-0,167894
ACD	7,568E-07	8	-1,3921E-16
BCD	3,6677E-06	9	0,167894
BD	3,7594E-06	10	0,34069483
BC	3,8681E-06	11	0,52440051
AB	6,9172E-06	12	0,72791329
D	3,3834E-05	13	0,96742157
C	3,4812E-05	14	1,28155157
A	6,2255E-05	15	1,83391464

TABLA 3.34 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.63)

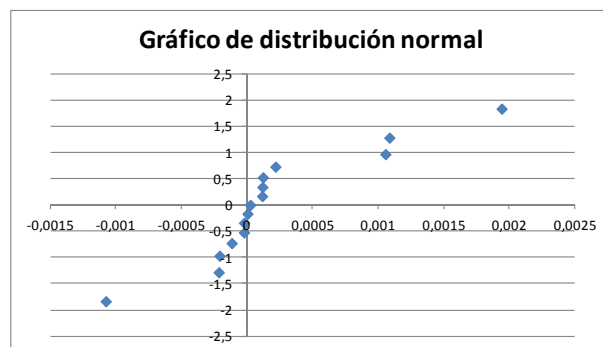


FIGURA 3.19 Gráfico de distribución normal (ec. 9.63)

### 3.4.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AC	-0,00021694	AC	0,00021956	ABCD	0
AD	-0,00021084	AD	0,00021346	ACD	2,09605E-05
CD	-0,0001179	CD	0,00012052	ABD	2,60472E-05
ABC	-2,4104E-05	ABC	2,6724E-05	ABC	2,67244E-05
ABD	-2,3427E-05	ABD	2,6047E-05	BCD	0,000111658
ABCD	2,62007E-06	ABCD	0	BD	0,000114515
ACD	2,35806E-05	ACD	2,0961E-05	BC	0,000117901
BCD	0,000114278	BCD	0,00011166	CD	0,000120523
BD	0,000117135	BD	0,00011452	AB	0,000212906
BC	0,000120522	BC	0,0001179	AD	0,000213464
AB	0,000215526	AB	0,00021291	AC	0,000219559
Mediana	2,62007E-06			MEDA	0,000114515
μ	0,99515066				

TABLA 3.35 Cálculo de la MEDA (ec. 9.63)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	0,00193974	SI	0,00096987
B	-0,00107763	SI	-0,00053882
C	0,00108469	SI	0,00054235
D	0,00105422	SI	0,00052711

TABLA 3.36 Significatividad de los efectos (ec. 9.63)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.63 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{D}{2} \cdot \theta$$

EC. 3.5

siendo

- μ estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- n<sub>p</sub> velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)

$\theta$  ángulo de presión del diente (grados)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.63 y los que se obtienen con la ecuación 3.5 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

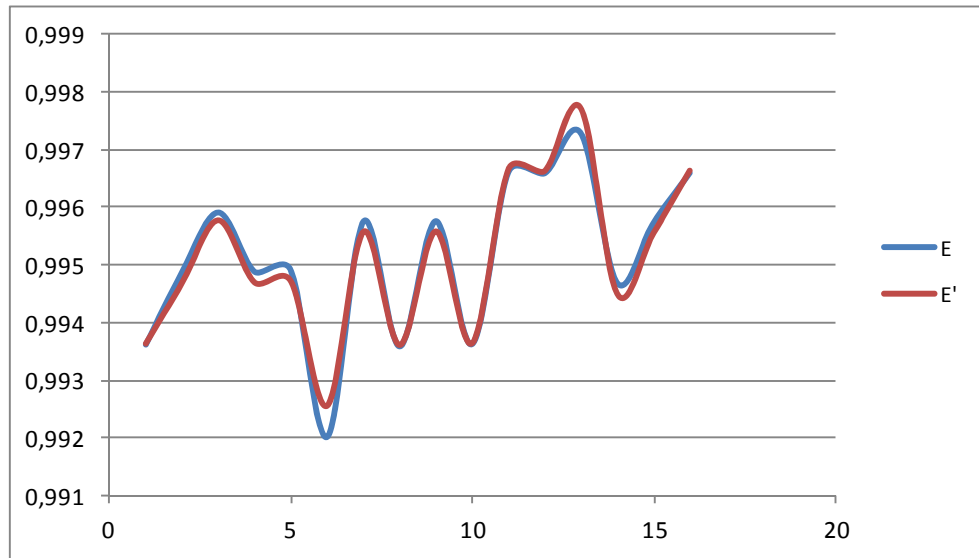


FIGURA 3.20 Comparativa ec. 9.63 del modelo con la ec. 3.5 del D.E.



#### 4. APLICACIÓN DEL D.E. PARA ANALIZAR LAS PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDAS A LA RODADURA

En este caso únicamente Anderson y Loewenthal ha desarrollado un modelo de pérdidas que considera este fenómeno.

Como se hizo en el apartado. 3, se va a llevar a cabo un análisis de los 4 factores principales considerados por el modelo anterior para determinar si las variables en este modelo presentan tendencias similares a las que el modelo del deslizamiento tenía. Al igual que con el deslizamiento, se analizarán dos situaciones, la que tendrá en cuenta a las variables  $P$ ,  $n_p$ ,  $N_p$  y  $F$  y la que tendrá en cuenta a las variables  $P$ ,  $n_p$ ,  $N_p$  y  $\theta$ .

Como se vio en el apartado. 9.4, este modelo dependía de las siguientes variables:

Variable	Significado	Unidades
$\theta$	ángulo de presión	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	
$P$	paso diametral	nº dientes/pulgada
$T_p$	par transmitido	N·m
$F$	ancho de la cara del diente	metros
$m$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	libras·s/pulgadas <sup>2</sup>

TABLA 4.1 Variables principales ecuación 9.53

Los niveles y valores de las variables que se van a considerar son los indicados en el apartado. 2.4.

## 4.1. Aplicación al Modelo reducido de Anderson y Loewenthal

### 4.1.1. Aplicación del estudio (caso 1)

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las tres variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	F		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	0,0397	o	0,99847
2000	8	48	0,05	d	0,99807
2000	8	55	0,05	cd	0,99735
2000	10	55	0,05	bcd	0,99838
2000	8	55	0,0397	c	0,99790
2000	10	48	0,0397	b	0,99906
4500	8	48	0,0397	a	0,99736
2000	10	48	0,05	bd	0,99882
4500	10	55	0,0397	abc	0,99779
2000	10	55	0,0397	bc	0,99871
4500	8	55	0,0397	ac	0,99638
4500	8	48	0,05	ad	0,99668
4500	8	55	0,05	acd	0,99544
4500	10	48	0,0397	ab	0,99839
4500	10	48	0,05	abd	0,99797
4500	10	55	0,05	abcd	0,99721

TABLA 4.2 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

### 4.1.2. Significatividad de los efectos (caso 1)

#### 4.1.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99715137	0,99829049	0,99739611	0,99748988
-	0,998345473	0,997206355	0,99810073	0,998006964

TABLA 4.3 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.53)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

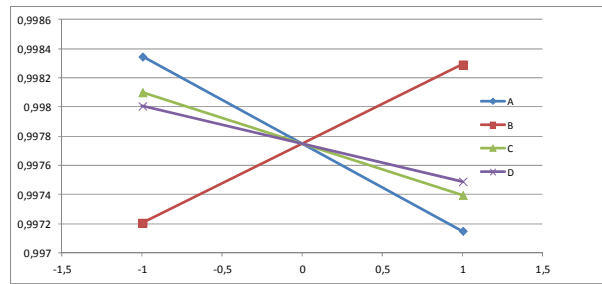


FIGURA 4.1 Gráfico de efectos principales (ec. 9.53)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	F
	A	B	C	D
pendiente (%)	-0,059705184	0,054206628	-0,035230916	-0,02585425

TABLA 4.4 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.53)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

#### 4.1.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	-0,0011941
<b>B</b>	0,001084133
<b>C</b>	-0,00070462
<b>D</b>	-0,00051709
<b>AB</b>	0,00028748
<b>AC</b>	-0,00018684
<b>AD</b>	-0,00013712
<b>BC</b>	0,000169636
<b>BD</b>	0,000124488
<b>CD</b>	-8,0909E-05
<b>ABC</b>	4,49825E-05
<b>ABD</b>	3,30105E-05
<b>ACD</b>	0
<b>BCD</b>	4,0883E-05
<b>ABCD</b>	5,16522E-06

TABLA 4.5 Efectos de cada factor (ec. 9.53)

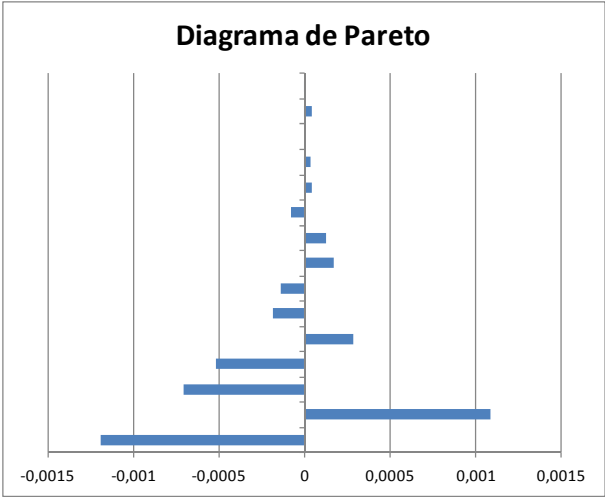


FIGURA 4.2 Diagrama de Pareto (ec. 9.53)

4.1.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
A	-0,0011941	1	-1,83391464
C	-0,00070462	2	-1,28155157
D	-0,00051709	3	-0,96742157
AC	0,000	4	-0,72791329
AD	-0,00013712	5	-0,52440051
CD	0,000	6	-0,34069483
ACD	0	7	-0,167894
ABCD	5,1652E-06	8	-1,3921E-16
ABD	3,301E-05	9	0,167894
BCD	4,0883E-05	10	0,34069483
ABC	4,4983E-05	11	0,52440051
BD	0,00012449	12	0,72791329
BC	0,00016964	13	0,96742157
AB	0,00028748	14	1,28155157
B	0,00108413	15	1,83391464

TABLA 4.6 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53)

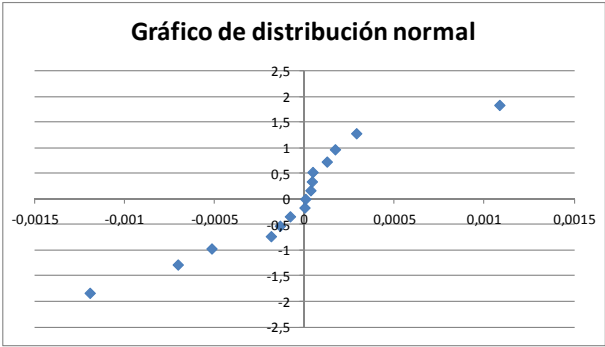


FIGURA 4.3 Gráfico de distribución normal (ec. 9.53)

#### 4.1.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 1)

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AC	-0,000186844	AC	0,00021985	ABD	0
AD	-0,000137116	AD	0,00017013	BCD	7,8725E-06
CD	-8,09094E-05	CD	0,00011392	ABC	1,1972E-05
ACD	0	ACD	3,301E-05	ABCD	2,7845E-05
ABCD	5,16522E-06	ABCD	2,7845E-05	ACD	3,301E-05
ABD	3,30105E-05	ABD	0	BD	9,1477E-05
BCD	4,0883E-05	BCD	7,8725E-06	CD	0,00011392
ABC	4,49825E-05	ABC	1,1972E-05	BC	0,00013663
BD	0,000124488	BD	9,1477E-05	AD	0,00017013
BC	0,000169636	BC	0,00013663	AC	0,00021985
AB	0,00028748	AB	0,00025447	AB	0,00025447
Mediana	3,30105E-05			MEDA	9,1477E-05
μ	0,99774842				

TABLA 4.7 Cálculo de la MEDA (ec. 9.53)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	-0,0011941	SI	-0,000597052
B	0,00108413	SI	0,000542066
C	-0,00070462	SI	-0,000352309
D	-0,00051709	SI	-0,000258543

TABLA 4.8 Significatividad de los efectos (ec. 9.53)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.53 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{D}{2} \cdot F$$

EC. 4.1

siendo

- μ estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- n<sub>p</sub> velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)

$N_p$       nº de dientes del piñón o engranaje de entrada  
 $F$       anchura de la cara del diente (metros)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.53 y los que se obtienen con la ecuación 4.1 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

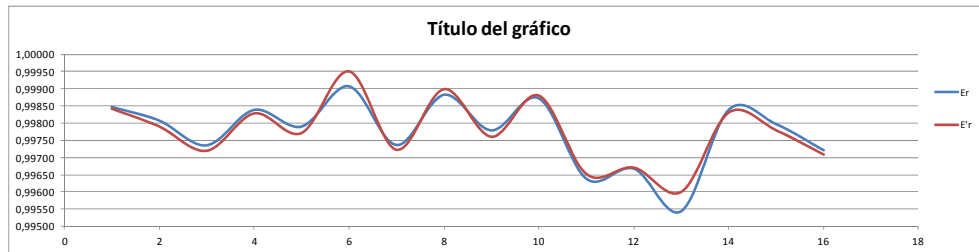


FIGURA 4.4 Comparativa ec. 9.53 del modelo con la ec. 4.1 del D.E.

#### 4.1.4. Aplicación del estudio (caso 2)

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las tres variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	$\theta$		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	20	o	9,98E-01
2000	8	48	30	d	9,97E-01
2000	8	55	30	cd	9,95E-01
2000	10	55	30	bcd	9,97E-01
2000	8	55	20	c	9,97E-01
2000	10	48	20	b	9,99E-01
4500	8	48	20	a	9,97E-01
2000	10	48	30	bd	9,98E-01
4500	10	55	20	abc	9,97E-01
2000	10	55	20	bc	9,98E-01
4500	8	55	20	ac	9,95E-01
4500	8	48	30	ad	9,94E-01
4500	8	55	30	acd	9,92E-01
4500	10	48	20	ab	9,98E-01
4500	10	48	30	abd	9,96E-01
4500	10	55	30	abcd	9,95E-01

TABLA 4.9 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

#### 4.1.5. Significatividad de los efectos (caso2)

##### 4.1.5.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,995581583	0,99734843	0,99597068	0,99552542
-	0,997433718	0,99566687	0,99704462	0,99748988

TABLA 4.10 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.53)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

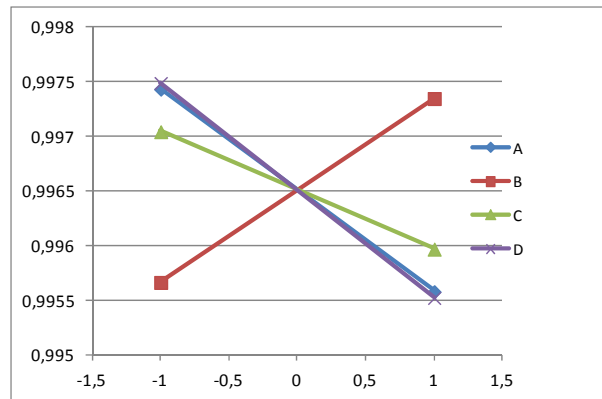


FIGURA 4.5 Gráfico de efectos principales (ec. 9.53)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	$\theta$
	A	B	C	D
pendiente (%)	-0,092606737	0,08407811	-0,05369689	-0,09822282

TABLA 4.11 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.53)

El efecto que la variable representada por el factor D ( $\theta$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

#### 4.1.5.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	-0,001852135
<b>B</b>	0,001681562
<b>C</b>	-0,001073938
<b>D</b>	-0,001964456
<b>AB</b>	0,0004459
<b>AC</b>	-0,000284776
<b>AD</b>	-0,000520915
<b>BC</b>	0,00025855
<b>BD</b>	0,000472942
<b>CD</b>	-0,00028841
<b>ABC</b>	6,85597E-05
<b>ABD</b>	0,00012541
<b>ACD</b>	-7,64778E-05
<b>BCD</b>	-6,07612E-05
<b>ABCD</b>	1,8412E-05

TABLA 4.12 Efectos de cada factor (ec. 9.53)



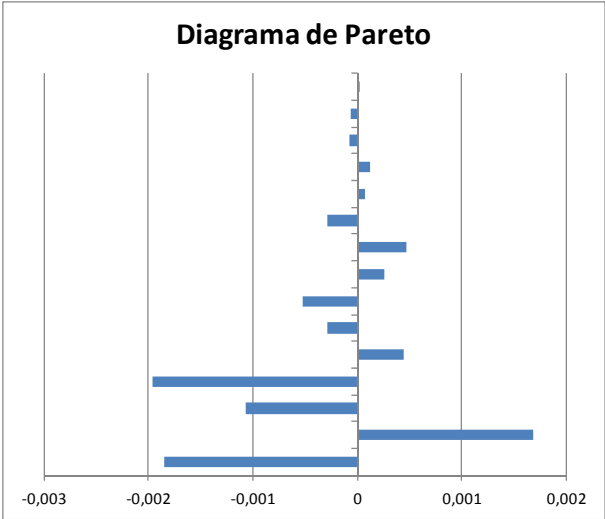


FIGURA 4.6 Diagrama de Pareto (ec. 9.53)

4.1.5.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
D	-0,00196446	1	-1,83391464
A	-0,00185213	2	-1,28155157
C	-0,00107394	3	-0,96742157
AD	-0,00052092	4	-0,72791329
CD	-0,00028841	5	-0,52440051
AC	0,000	6	-0,34069483
ACD	0,000	7	-0,167894
BCD	-6,0761E-05	8	-1,3921E-16
ABCD	1,8412E-05	9	0,167894
ABC	6,856E-05	10	0,34069483
ABD	0,00012541	11	0,52440051
BC	0,00025855	12	0,72791329
AB	0,0004459	13	0,96742157
BD	0,00047294	14	1,28155157
B	0,00168156	15	1,83391464

TABLA 4.13 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.53)

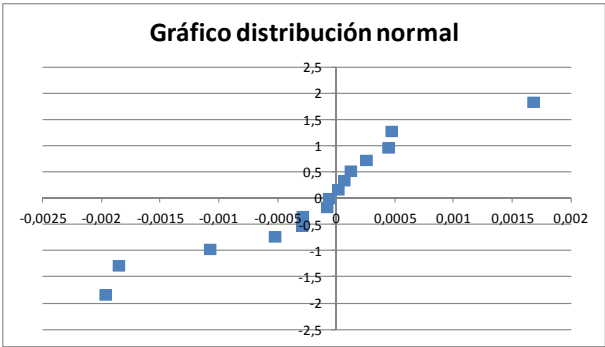


FIGURA 4.7 Gráfico de distribución normal (ec. 9.53)

#### 4.1.6. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa (caso 2)

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AD	-0,000520915	AD	0,00052092	ABCD	1,8412E-05
CD	-0,00028841	CD	0,00028841	BCD	6,07612E-05
AC	-0,000284776	AC	0,00028478	ABC	6,85597E-05
ACD	-7,64778E-05	ACD	7,6478E-05	ACD	7,64778E-05
BCD	-6,07612E-05	BCD	6,0761E-05	ABD	0,00012541
ABCD	1,8412E-05	ABCD	1,8412E-05	BC	0,00025855
ABC	6,85597E-05	ABC	6,856E-05	AC	0,000284776
ABD	0,00012541	ABD	0,00012541	CD	0,00028841
BC	0,00025855	BC	0,00025855	AB	0,0004459
AB	0,0004459	AB	0,0004459	AD	0,000520915
Mediana	-2,11746E-05			MEDA	0,00019198
$\mu$	0,99650765				

TABLA 4.14 Cálculo de la MEDA (ec. 9.53)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	-0,00185213	SI	-0,000926067
B	0,00168156	SI	0,000840781
C	-0,00107394	SI	-0,000536969
D	-0,00196446	SI	-0,000982228

TABLA 4.15 Significatividad de los efectos (ec. 9.53)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.53 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{D}{2} \cdot \theta$$

EC. 4.2

siendo

- $\mu$  estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- $n_p$  velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)
- $N_p$  nº de dientes del piñón o engranaje de entrada

$\theta$  ángulo de presión del diente

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.53 y los que se obtienen con la ecuación 4.2 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

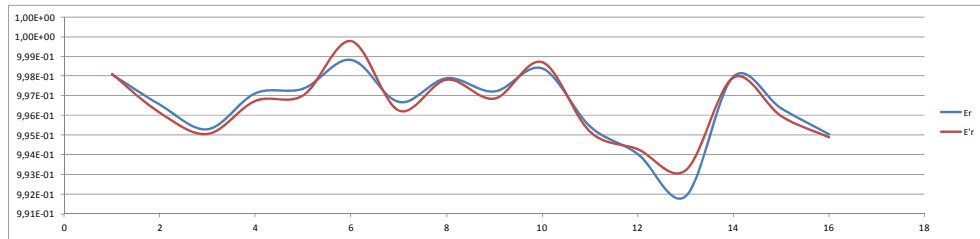


FIGURA 4.8 Comparativa ec. 9.53 del modelo con la ec. 4.2 del D.E.



## 5. APLICACIÓN DEL D.E. PARA ANALIZAR LAS PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDAS A LA FRICCIÓN DEL AIRE

En este caso hay dos investigadores que han desarrollado un modelo de pérdidas que considera este fenómeno Anderson y Loewenthal y Shipley.

Como se hizo en los aptdos. 3 y 4, se va a llevar a cabo un análisis de los 4 factores que aparecen en el modelo anterior para determinar si se mantienen los resultados que de los análisis anteriores se desprenden. Únicamente se analizará una situación teniendo en cuenta a las variables  $P$ ,  $n_p$ ,  $N_p$  y  $F$  ya que el modelo no depende del ángulo de presión del diente sino únicamente de variables geométricas de los engranajes.

Como se vio en el apartado.9.4, este modelo dependía de las siguientes variables:

Variable	Significado	Unidades
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	
$P$	paso diametral	nº dientes/pulgada
$F$	ancho de la cara del diente	metros

TABLA 5.1 Variables principales ecuación 9.56

Los niveles y valores de las variables que se van a considerar son los indicados en el apartado. 2.4.

## 5.1. Aplicación al Modelo reducido de Anderson y Loewenthal

### 5.1.1. Aplicación del estudio

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las tres variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	F		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	0,0397	o	0,999992
2000	8	48	0,05	d	0,999992
2000	8	55	0,05	cd	0,999985
2000	10	55	0,05	bcd	0,999994
2000	8	55	0,0397	c	0,999986
2000	10	48	0,0397	b	0,999997
4500	8	48	0,0397	a	0,999967
2000	10	48	0,05	bd	0,999997
4500	10	55	0,0397	abc	0,999977
2000	10	55	0,0397	bc	0,999995
4500	8	55	0,0397	ac	0,999940
4500	8	48	0,05	ad	0,999965
4500	8	55	0,05	acd	0,999936
4500	10	48	0,0397	ab	0,999987
4500	10	48	0,05	abd	0,999986
4500	10	55	0,05	abcd	0,999976

TABLA 5.2 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.56)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

### 5.1.2. Significatividad de los efectos

#### 5.1.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99996683	0,99998868	0,99997374	0,99997889
-	0,99999229	0,99997044	0,99998539	0,99998024

TABLA 5.3 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.56)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

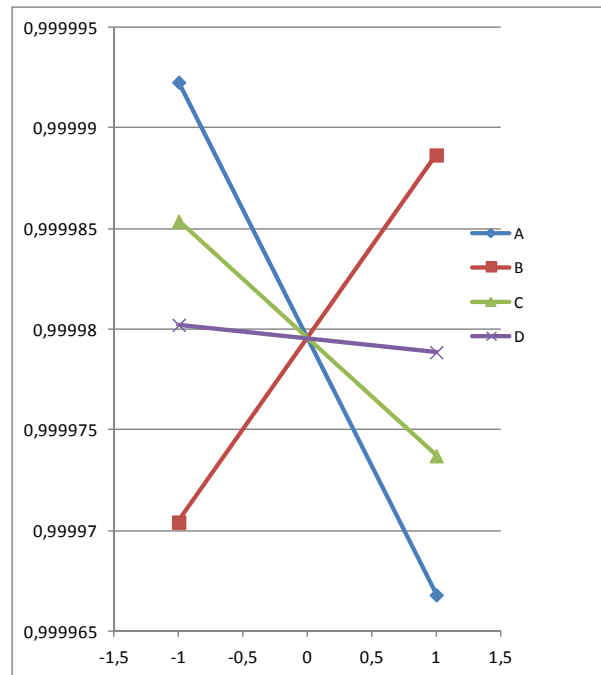


FIGURA 5.1 Gráfico de efectos principales (ec. 9.56)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	F
	A	B	C	D
pendiente (%)	-0,00127312	0,00091191	-0,00058266	-6,7601E-05

TABLA 5.4 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.56)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

#### 5.1.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	-2,54623E-05
<b>B</b>	1,82381E-05
<b>C</b>	-1,16531E-05
<b>D</b>	-1,35203E-06
<b>AB</b>	1,13617E-05
<b>AC</b>	-7,25949E-06
<b>AD</b>	-8,42268E-07
<b>BC</b>	5,24793E-06
<b>BD</b>	5,15619E-07
<b>CD</b>	-3,24823E-07
<b>ABC</b>	3,26928E-06
<b>ABD</b>	3,21213E-07
<b>ACD</b>	-2,02354E-07
<b>BCD</b>	1,90781E-06

ABCD 7,7171E-08

TABLA 5.5 Efectos de cada factor (ec. 9.56)

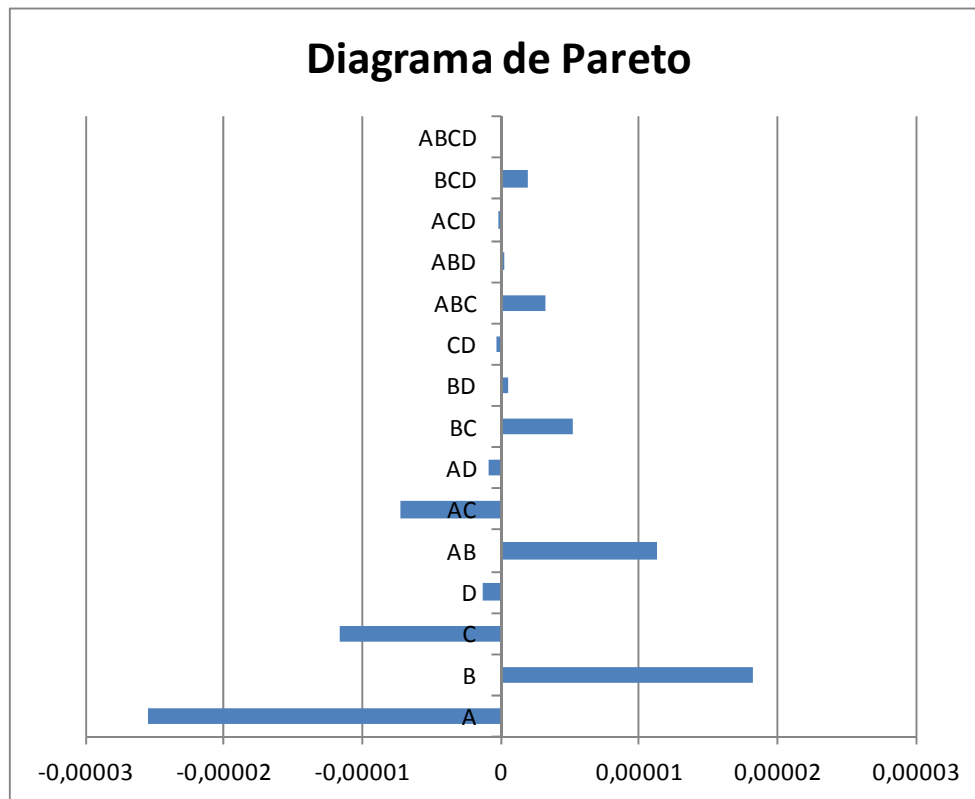


FIGURA 5.2 Diagrama de Pareto (ec. 9.56)

### 5.1.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
A	-2,5462E-05	1	-1,83391464
C	-1,1653E-05	2	-1,28155157
AC	-7,2595E-06	3	-0,96742157
D	-1,352E-06	4	-0,72791329
AD	-8,4227E-07	5	-0,52440051
CD	0,000	6	-0,34069483
ACD	-2,0235E-07	7	-0,167894
ABCD	7,7171E-08	8	-1,3921E-16
ABD	3,2121E-07	9	0,167894
BD	5,1562E-07	10	0,34069483
BCD	1,9078E-06	11	0,52440051
ABC	3,2693E-06	12	0,72791329
BC	0,000	13	0,96742157
AB	1,1362E-05	14	1,28155157
B	1,8238E-05	15	1,83391464

TABLA 5.6 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.56)



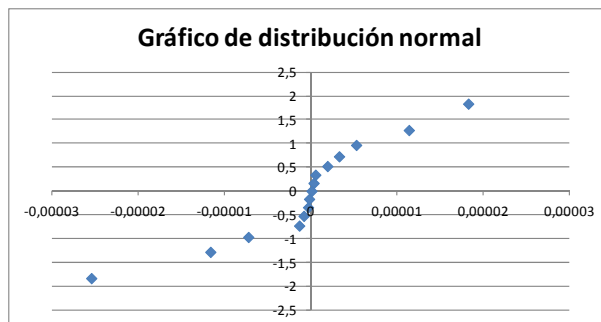


FIGURA 5.3 Gráfico de distribución normal (ec. 9.56)

### 5.1.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AC	-7,25949E-06	AC	3,2121E-07	ABC	0
AD	-8,42268E-07	AD	3,2121E-07	BC	1,9441E-07
CD	-3,24823E-07	CD	3,2121E-07	BCD	2,4404E-07
ACD	-2,02354E-07	ACD	7,5807E-06	AC	3,2121E-07
ABCD	7,7171E-08	ABCD	1,1635E-06	AD	3,2121E-07
ABD	3,21213E-07	ABD	6,4604E-07	CD	3,2121E-07
BD	5,15619E-07	BD	5,2357E-07	BD	5,2357E-07
BCD	1,90781E-06	BCD	2,4404E-07	ABD	6,4604E-07
ABC	3,26928E-06	ABC	0	ABCD	1,1635E-06
BC	5,24793E-06	BC	1,9441E-07	AB	1,5866E-06
AB	1,13617E-05	AB	1,5866E-06	ACD	7,5807E-06
Mediana	3,21213E-07			MEDA	3,2121E-07
$\mu$	0,99997956				

TABLA 5.7 Cálculo de la MEDA (ec. 9.56)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	-2,5462E-05	SI	-1,27312E-05
B	1,8238E-05	SI	9,11907E-06
C	-1,1653E-05	SI	-5,82655E-06
D	-1,352E-06	SI	-6,76014E-07
AB	1,1362E-05	SI	5,68087E-06
AC	-7,2595E-06	SI	-3,62974E-06

BC	5,2479E-06	SI	2,62396E-06
ABC	3,2693E-06	SI	1,63464E-06
BCD	1,9078E-06	SI	9,53905E-07

TABLA 5.8 Significatividad de los efectos (ec. 9.56)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.56 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{AB}{2} \cdot n_p \cdot P + \frac{AC}{2} \cdot n_p \cdot N_p + \frac{BC}{2} \cdot P \cdot N_p + \frac{ABC}{2} \cdot n_p \cdot P \cdot N_p + \frac{BCD}{2} \cdot P \cdot n_p \cdot F$$

EC. 5.1

siendo

- $\mu$  estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- $n_p$  velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)
- F anchura de la cara del diente (metros)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.56 y los que se obtienen con la ecuación 5.1 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

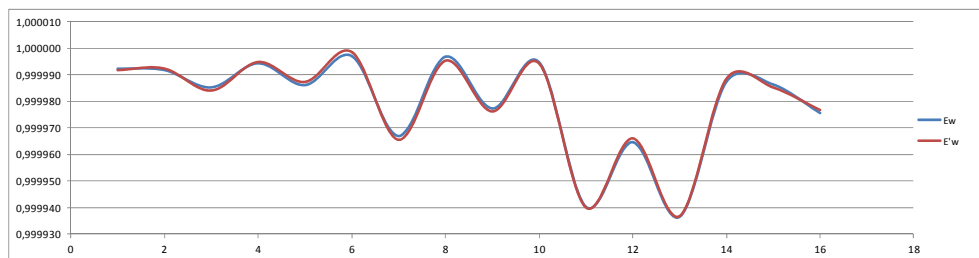


FIGURA 5.4 Comparativa ec. 9.56 del modelo con la ec. 5.1 del D.E.

## 5.2. Aplicación al Modelo de Shipley

### 5.2.1. Aplicación del estudio

Teniendo en cuenta las  $2^4 = 16$  combinaciones posibles que pueden darse para las tres variables en estudio, los valores que puede alcanzar la variable objetivo son:

np	P	Np	F		
A'	B'	C'	D'	Y	E
2000	8	48	0,0397	o	0,99971937
2000	8	48	0,05	d	0,99967020
2000	8	55	0,05	cd	0,99934858
2000	10	55	0,05	bcd	0,99978654
2000	8	55	0,0397	c	0,99944571
2000	10	48	0,0397	b	0,99990804
4500	8	48	0,0397	a	0,99680348
2000	10	48	0,05	bd	0,99989193
4500	10	55	0,0397	abc	0,99793112
2000	10	55	0,0397	bc	0,99981837
4500	8	55	0,0397	ac	0,99368629
4500	8	48	0,05	ad	0,99624333
4500	8	55	0,05	acd	0,99257989
4500	10	48	0,0397	ab	0,99895256
4500	10	48	0,05	abd	0,99876901
4500	10	55	0,05	abcd	0,99756858

TABLA 5.9 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.26)

De aquí se obtienen los efectos de los factores y de sus interacciones teniendo en cuenta las ecuaciones indicadas en el apartado. 2 y el valor del estimador del efecto de todos los factores ( $\mu$ ).

### 5.2.2. Significatividad de los efectos

#### 5.2.2.1. Gráfico de efectos principales

A continuación se muestran las medias estimadas para los niveles (-) y (+) de cada factor.

	A	B	C	D
+	0,99656678	0,99907827	0,99752063	0,99798226
-	0,99969859	0,99718711	0,99874474	0,99828312

TABLA 5.10 Medias estimadas de cada factor (ec. 9.26)

Con estos datos se representa el gráfico de efectos principales.

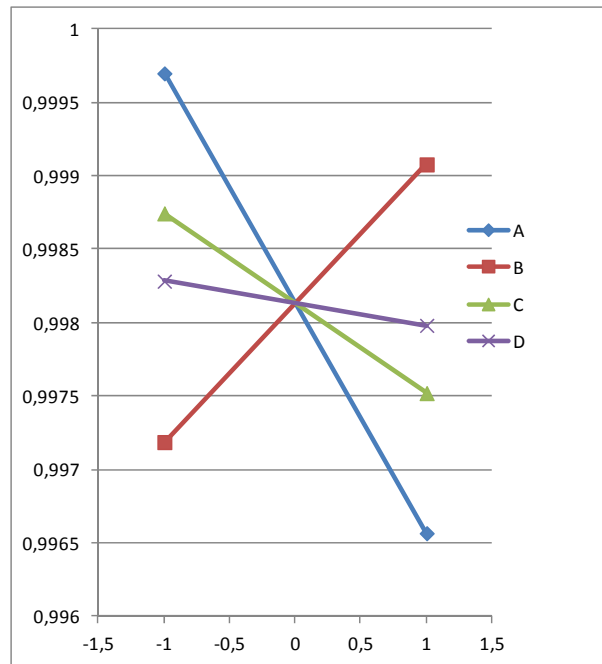


FIGURA 5.5 Gráfico de efectos principales (ec. 9.26)

Para cuantificar el efecto de cada factor sobre la variable objetivo calcularemos la pendiente de cada recta:

	np	P	Np	F
	A	B	C	D
pendiente (%)	-0,15659048	0,09455827	-0,06120533	-0,0150431

TABLA 5.11 Pendientes del gráfico de efectos principales (ec. 9.26)

El efecto que la variable representada por el factor A ( $n_p$ ) tiene sobre la variable objetivo es mucho mayor que el de los otros dos factores.

#### 5.2.2.2. Diagrama de Pareto

Los efectos de las variables principales y los de sus interacciones son los siguientes:

<b>A</b>	-0,00313181
<b>B</b>	0,001891165
<b>C</b>	-0,00122411
<b>D</b>	-0,00030086
<b>AB</b>	0,001585908
<b>AC</b>	-0,00102652
<b>AD</b>	-0,0002523
<b>BC</b>	0,000619872
<b>BD</b>	0,000152353
<b>CD</b>	-9,8614E-05
<b>ABC</b>	0,000519817
<b>ABD</b>	0,000127761
<b>ACD</b>	-8,26967E-05
<b>BCD</b>	0,00026236

ABCD 4,18765E-05

TABLA 5.12 Efectos de cada factor (ec. 9.26)

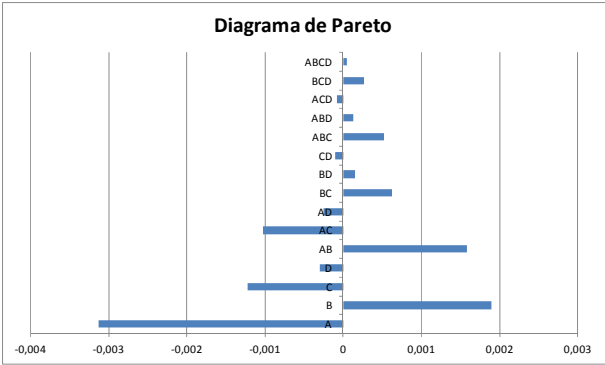


FIGURA 5.6 Diagrama de Pareto (ec. 9.26)

5.2.2.3. Gráfico normal

Efecto	Valor	Orden	Percentiles
A	-0,00313181	1	-1,83391464
C	-0,00122411	2	-1,28155157
AC	-0,00102652	3	-0,96742157
D	-0,00030086	4	-0,72791329
AD	-0,0002523	5	-0,52440051
CD	-9,8614E-05	6	-0,34069483
ACD	-8,2697E-05	7	-0,167894
ABCD	4,1877E-05	8	-1,3921E-16
ABD	0,00012776	9	0,167894
BD	0,00015235	10	0,34069483
BCD	0,00026236	11	0,52440051
ABC	0,00051982	12	0,72791329
BC	0,00061987	13	0,96742157
AB	0,00158591	14	1,28155157
B	0,00189117	15	1,83391464

TABLA 5.13 Valores de las variables prefijadas (ec. 9.26)

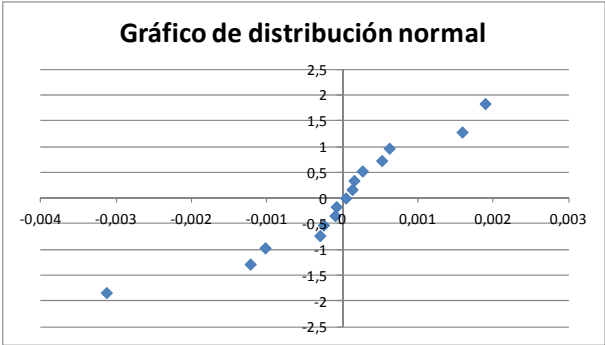


FIGURA 5.7 Gráfico de distribución normal (ec. 9.26)

### 5.2.3. Cuantificación de la significatividad y ecuación representativa

De los tres métodos de representación de los efectos empleados anteriormente no podemos determinar qué efectos son realmente los que debemos tener en cuenta ni a partir de dónde podemos decir que no son relevantes ni estos ni sus interacciones.

Para poder tomar esa decisión se tendrá en cuenta el método de la MEDA descrito en el apartado. 10.3.4.

Considerando los efectos de las interacciones de los factores empleados se tiene que la MEDA es:

Efectos de las interacciones de los factores		Interacción - Mediana		Interacción ordenada	
AC	-0,00102652	AC	0,00115428	ABD	0
AD	-0,0002523	AD	0,00038006	BD	2,45916E-05
CD	-9,8614E-05	CD	0,00022638	ABCD	8,58845E-05
ACD	-8,2697E-05	ACD	0,00021046	BCD	0,000134599
ABCD	4,18765E-05	ABCD	8,5884E-05	ACD	0,000210458
ABD	0,000127761	ABD	0	CD	0,000226375
BD	0,000152353	BD	2,4592E-05	AD	0,00038006
BCD	0,00026236	BCD	0,0001346	ABC	0,000392056
ABC	0,000519817	ABC	0,00039206	BC	0,000492111
BC	0,000619872	BC	0,00049211	AC	0,001154282
AB	0,001585908	AB	0,00145815	AB	0,001458147
Mediana	0,000127761			MEDA	0,000226375
$\mu$	0,99813269				

TABLA 5.14 Cálculo de la MEDA (ec. 9.26)

Con la MEDA calculada, se determina la significatividad de los efectos teniendo en cuenta el criterio establecido por la ec. 10.19 descrita en el apartado. 10.3.4

Efecto		¿Es significativo?	Valor a tener en cuenta en mi ecuación (Efecto/2)
A	-0,00313181	SI	-0,0015659
B	0,001891165	SI	0,00094558
C	-0,001224107	SI	-0,00061205
AB	0,001585908	SI	0,00079295
AC	-0,001026521	SI	-0,00051326

TABLA 5.15 Significatividad de los efectos (ec. 9.26)

Por lo tanto, la ecuación representativa de la ec. 9.26 es:

$$E' = \mu + \frac{A}{2} \cdot n_p + \frac{B}{2} \cdot P + \frac{C}{2} \cdot N_p + \frac{AB}{2} \cdot n_p \cdot P + \frac{AC}{2} \cdot n_p \cdot N_p$$

EC. 5.2

siendo

- $\mu$  estimador del efecto de todos los factores (la media aritmética de estos)
- E eficiencia de la transmisión
- $n_p$  velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)

Si comparamos los valores obtenidos con la ecuación 9.26 y los que se obtienen con la ecuación 5.2 obtenida al aplicar el diseño de experimentos, tenemos:

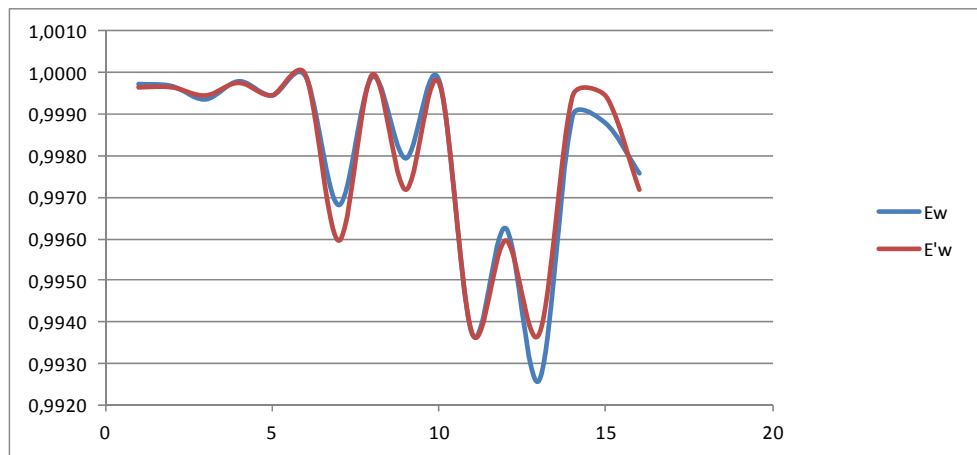


FIGURA 5.8 Comparativa ec. 9.26 del modelo con la ec. 5.2 del D.E.





## 6. ANÁLISIS GLOBAL DE PÉRDIDAS

A continuación se van a plantear cuatro casos prácticos en los que se van a determinar los rendimientos o eficiencias de las transmisiones empleando para ello todos los tipos de pérdidas que cada autor ha considerado en sus modelos.

Estas son las ecuaciones que determinarán la eficiencia global del sistema en función del autor que ha desarrollado éstas:

- Modelo de Shipley:

$$E = \frac{100 - [P_s (\%) + P_w (\%)]}{100}$$

EC. 6.1

- Modelo de Buckingham:

$$E = 1 - \left[ \frac{1 + \left( \frac{1}{m_g} \right)}{\beta_a + \beta_r} \left( \frac{f_a}{2} \beta_a^2 + \frac{f_r}{2} \beta_r^2 \right) \right]$$

EC. 6.2

- Modelo reducido de Anderson y Loewenthal:

$$E = 1 - \frac{[P_s + P_R + P_w]}{P_T}$$

EC. 6.3

- Modelo de Merrit:

$$E = \frac{100 - P(\%)}{100}$$

EC. 6.4

Estos son los cuatro casos prácticos en los que van a emplearse todos los modelos anteriores para determinar qué diferencias existen entre ellos a la hora de cuantificar la eficiencia total de los sistemas presentados en las dos situaciones.

Variable	Significado	Valor				Unidades
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
$\mu_0$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	0,05	0,05	0,05	0,05	N·s/m <sup>2</sup>
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	1,66	1,67	1,07	1	
F	ancho de la cara del diente	0,0397	0,03952	0,00456	0,02047	m
$T_p$	par de entrada	271	271	271	271	N·m
$\theta$	ángulo de presión	20	20	20	20	grados
$n_p$	velocidad de rotación del	2000	1900	1000	3500	rpm

	piñón o engranaje de entrada					
P	paso diametral	8	8	5	5,6	nº dientes/pulgada
N <sub>p</sub>	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	48	47,8740	14,9606	19,6220	
v	viscosidad cinemática del lubricante	0,6	0,54	0,32	0,39	cm <sup>2</sup> /s
D <sub>p</sub>	diámetro primitivo del engranaje	0,1524	0,152	0,0760	0,0890	N·m
F/D <sub>p</sub>	relación entre el ancho de cara del diente y el diámetro primitivo del engranaje	0,2605	0,2600	0,0600	0,2300	N·s/m <sup>2</sup>
v <sub>p</sub>	velocidad en la línea primitiva	15,9593	15,1215	3,9794	16,3101	m/s

TABLA 6.1 Condiciones de operación casos prácticos<sup>9</sup>

Aunque se toman los valores de las variables de los artículos indicados en cada caso práctico, se va a analizar para cada caso práctico la variación de la eficiencia global que cada modelo calcula en función de la variación de las revoluciones de giro a que gira el engranaje de entrada por ser ésta, según se ha visto tras realizar el diseño de experimentos, la variable más significativa en todos los casos estudiados.

<sup>9</sup> Estas condiciones se han escogido de un ejemplo presentado en los artículos (6 pág. 30) y (3 pág. 372) de la bibliografía.

## 6.1. Caso práctico 1

Analizar la eficiencia del sistema compuesto por una pareja de engranajes cilíndricos de dentado recto que trabaja en las siguientes condiciones de operación:

Variable	Significado	Valor	Unidades
$\mu_0$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	0,05	N·s/m <sup>2</sup>
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	1,66666	
F	ancho de la cara del diente	0,0397	m
$T_p$	par de entrada	271	N·m
$\theta$	ángulo de presión	20	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	2000	rpm
P	paso diametral	8	nº dientes/pulgada
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	48	
$\nu$	viscosidad cinemática del lubricante	0,6	cm <sup>2</sup> /s
$D_p$	diámetro primitivo del engranaje	0,1524	N·m
$F/D_p$	relación entre el ancho de cara del diente y el diámetro primitivo del engranaje	0,2605	N·s/m <sup>2</sup>
$v_p$	velocidad en la línea primitiva	15,9593	m/s

TABLA 6.2 Condiciones de operación Caso práctico 1<sup>10</sup>

Con estos datos, los resultados obtenidos de la eficiencia global del sistema calculada con cada uno de los modelos es:

np	Anderson	Shiple	Merrit	Buckingham
100	9,99E-01	0,99550169	0,96928748	0,999133552
700	9,97E-01	0,9961107	0,98839176	0,998984177
1300	9,96E-01	0,99660705	0,99148188	0,998615693
1900	9,95E-01	0,99691137	0,99295406	0,998326454
2500	9,94E-01	0,99693876	0,9938575	0,998080311
3100	9,93E-01	0,99659881	0,99448387	0,997862325
3700	9,92E-01	0,99579555	0,99495089	0,997664598
4300	9,91E-01	0,99442751	0,99531638	0,997482352
4900	9,90E-01	0,99238767	0,9956125	0,997312436
5500	9,90E-01	0,9895635	0,99585872	0,997152641
6100	9,89E-01	0,98583691	0,99606766	0,99700135
6700	9,88E-01	0,98108432	0,99624787	0,996857334
7300	9,87E-01	0,97517658	0,99640537	0,996719634
7900	9,86E-01	0,96797904	0,99654457	0,996587487
8500	9,85E-01	0,95935152	0,99666876	0,996460269
9100	9,84E-01	0,94914828	0,99678045	0,996337467

TABLA 6.3 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 1

<sup>10</sup> Estas condiciones se han escogido de un ejemplo presentado en el artículo (6 pág. 30) de la bibliografía.

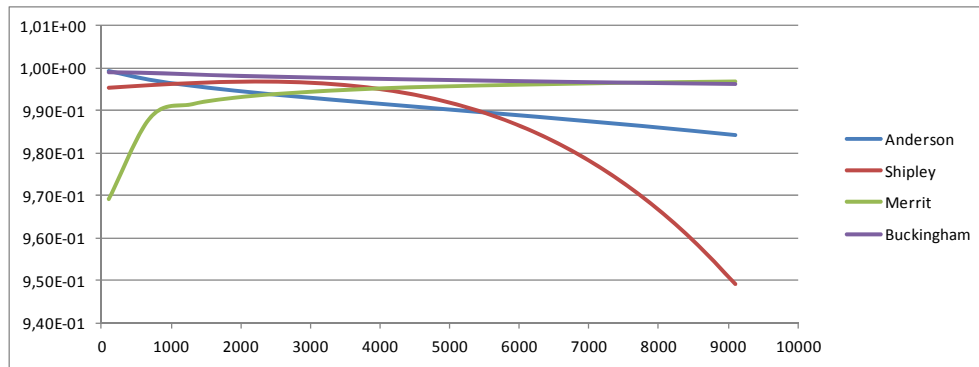


FIGURA 6.1 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 1

Aquí se ve que todos los modelos presentan unas valoraciones de la eficiencia del sistema muy similares dentro de un rango de velocidades. A continuación se van a representar las diferencias existentes entre los valores de eficiencia máximo y mínimo en cada punto de velocidad analizado, para determinar el rango de velocidades en que podría considerarse que todos los modelos tienen un comportamiento similar.

np	Máximo	Mínimo	Diferencia
100	9,99E-01	9,69E-01	3,00E-02
700	9,99E-01	9,88E-01	1,06E-02
1300	9,99E-01	9,91E-01	7,13E-03
1900	9,98E-01	9,93E-01	5,37E-03
2500	9,98E-01	9,94E-01	4,30E-03
3100	9,98E-01	9,93E-01	4,97E-03
3700	9,98E-01	9,92E-01	5,60E-03
4300	9,97E-01	9,91E-01	6,23E-03
4900	9,97E-01	9,90E-01	6,87E-03
5500	9,97E-01	9,90E-01	7,59E-03
6100	9,97E-01	9,86E-01	1,12E-02
6700	9,97E-01	9,81E-01	1,58E-02
7300	9,97E-01	9,75E-01	2,15E-02
7900	9,97E-01	9,68E-01	2,86E-02
8500	9,97E-01	9,59E-01	3,73E-02
9100	9,97E-01	9,49E-01	4,76E-02

TABLA 6.4 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 1

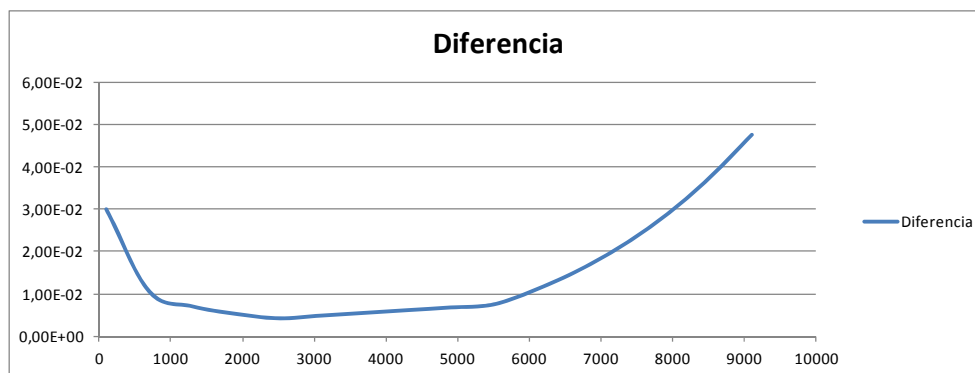


FIGURA 6.2 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 1

Podemos decir que el rango de velocidades de rotación en que todos los modelos presentan valores similares de eficiencia global se encuentra entre 1000 y 6000 rpm, rango en el cual la diferencia entre la eficiencia mínima y máxima no es superior a un 1%.

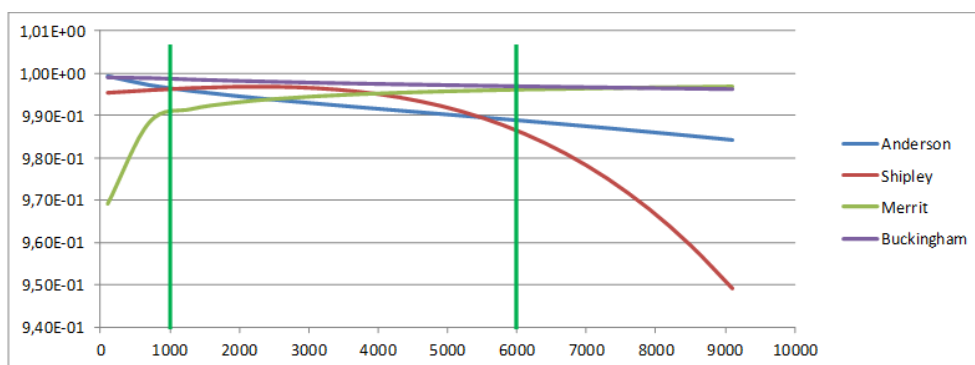


FIGURA 6.3 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 1

Estas diferencias no nos indican nada más que la dispersión de resultados entre los modelos dentro de un rango determinado. Para poder establecer si existe o no un modelo que pueda ser más representativo que los demás, se va a calcular para cada régimen de giro el valor promedio de la eficiencia global calculada por cada modelo y en base a ésta se analizará para qué modelo los valores calculados por él se encuentran más cercanos a los promediados.

np	Promedio	Diferencia respecto de la media				Mínimo	Modelo representativo
		Anderson	Shipley	Merrit	Buckingham		
100	9,91E-01	8,52E-03	4,69E-03	-2,15E-02	8,32E-03	-2,15E-02	Merrit
700	9,95E-01	6,42E-03	5,30E-03	-2,42E-03	8,17E-03	-2,42E-03	Merrit
1300	9,96E-01	5,04E-03	5,79E-03	6,69E-04	7,80E-03	6,69E-04	Merrit
1900	9,96E-01	3,93E-03	6,10E-03	2,14E-03	7,51E-03	2,14E-03	Merrit
2500	9,96E-01	2,97E-03	6,13E-03	3,04E-03	7,27E-03	2,97E-03	Anderson
3100	9,95E-01	2,08E-03	5,79E-03	3,67E-03	7,05E-03	2,08E-03	Anderson
3700	9,95E-01	1,25E-03	4,98E-03	4,14E-03	6,85E-03	1,25E-03	Anderson
4300	9,95E-01	4,37E-04	3,61E-03	4,50E-03	6,67E-03	4,37E-04	Anderson

<b>4900</b>	9,94E-01	-3,66E-04	1,57E-03	4,80E-03	6,50E-03	-3,66E-04	Anderson
<b>5500</b>	9,93E-01	-1,17E-03	-1,25E-03	5,05E-03	6,34E-03	-1,25E-03	Shipley
<b>6100</b>	9,92E-01	-1,99E-03	-4,98E-03	5,25E-03	6,19E-03	-4,98E-03	Shipley
<b>6700</b>	9,91E-01	-2,83E-03	-9,73E-03	5,43E-03	6,04E-03	-9,73E-03	Shipley
<b>7300</b>	9,89E-01	-3,69E-03	-1,56E-02	5,59E-03	5,91E-03	-1,56E-02	Shipley
<b>7900</b>	9,87E-01	-4,58E-03	-2,28E-02	5,73E-03	5,77E-03	-2,28E-02	Shipley
<b>8500</b>	9,84E-01	-5,51E-03	-3,15E-02	5,86E-03	5,65E-03	-3,15E-02	Shipley
<b>9100</b>	9,82E-01	-6,47E-03	-4,17E-02	5,97E-03	5,52E-03	-4,17E-02	Shipley

TABLA 6.5 Modelo representativo Caso práctico 1

## 6.2. Caso práctico 2

Analizar la eficiencia del sistema compuesto por una pareja de engranajes cilíndricos de dentado recto que trabaja en las siguientes condiciones de operación:

Variable	Significado	Valor	Unidades
$\mu_0$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	0,05	N·s/m <sup>2</sup>
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	1,67	
F	ancho de la cara del diente	0,03952	m
$T_p$	par de entrada	271	N·m
$\theta$	ángulo de presión	20	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	1900	rpm
P	paso diametral	8	nº dientes/pulgada
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	47,874016	
$\nu$	viscosidad cinemática del lubricante	0,54	cm <sup>2</sup> /s
$D_p$	diámetro primitivo del engranaje	0,152	N·m
F/D <sub>p</sub>	relación entre el ancho de cara del diente y el diámetro primitivo del engranaje	0,2600	N·s/m <sup>2</sup>
$v_p$	velocidad en la línea primitiva	15,1215	m/s

TABLA 6.6 Condiciones de operación Caso práctico 2<sup>11</sup>

Con estos datos, los resultados obtenidos de la eficiencia global del sistema calculada con cada uno de los modelos es:

np	Anderson	Shiple	Merrit	Buckingham
100	9,97E-01	0,98528184	0,82037689	0,997549469
700	9,89E-01	0,98630321	0,93210885	0,995138069
1300	9,85E-01	0,98727833	0,95018151	0,993374305
1900	9,81E-01	0,9881848	0,95879163	0,991989926
2500	9,79E-01	0,98899908	0,96407538	0,990811815
3100	9,77E-01	0,98969655	0,96773874	0,98976847
3700	9,76E-01	0,99025148	0,97047014	0,98882209
4300	9,76E-01	0,99063701	0,97260773	0,987949808
4900	9,76E-01	0,99082522	0,97433956	0,987136541
5500	9,76E-01	0,99078703	0,97577962	0,986371719
6100	9,77E-01	0,9904923	0,97700162	0,985647596
6700	9,78E-01	0,98990976	0,97805554	0,984958292
7300	9,79E-01	0,98900704	0,97897671	0,984299222
7900	9,80E-01	0,98775067	0,97979082	0,983666725
8500	9,82E-01	0,98610606	0,98051714	0,983057823
9100	9,84E-01	0,98403752	0,98117038	0,98247006

TABLA 6.7 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 2

<sup>11</sup> Estas condiciones se han escogido de un ejemplo (Fletcher) presentado en el artículo (3 pág. 372) de la bibliografía.

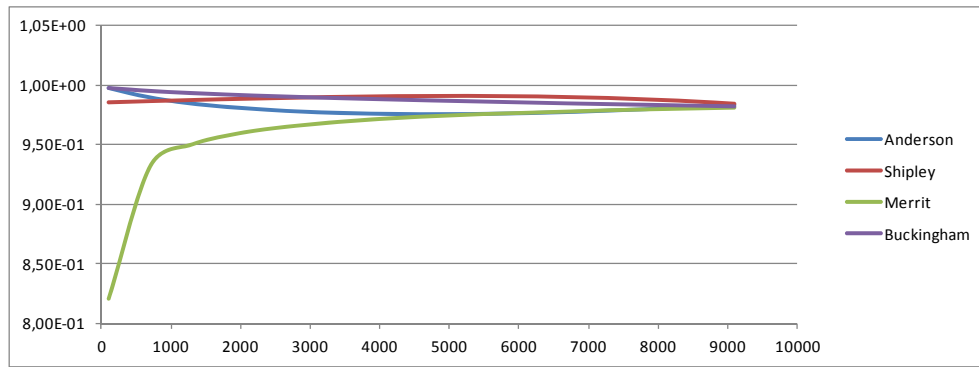


FIGURA 6.4 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 2

Aquí se ve que todos los modelos presentan unas valoraciones de la eficiencia del sistema muy similar dentro de un rango de velocidades. A continuación se van a representar las diferencias existentes entre los valores de eficiencia máximo y mínimo en cada punto de velocidad analizado, para determinar el rango de velocidades en que podría considerarse que todos los modelos tienen un comportamiento similar.

np	Máximo	Mínimo	Diferencia
100	9,98E-01	8,20E-01	1,77E-01
700	9,95E-01	9,32E-01	6,30E-02
1300	9,93E-01	9,50E-01	4,32E-02
1900	9,92E-01	9,59E-01	3,32E-02
2500	9,91E-01	9,64E-01	2,67E-02
3100	9,90E-01	9,68E-01	2,20E-02
3700	9,90E-01	9,70E-01	1,98E-02
4300	9,91E-01	9,73E-01	1,80E-02
4900	9,91E-01	9,74E-01	1,65E-02
5500	9,91E-01	9,76E-01	1,50E-02
6100	9,90E-01	9,77E-01	1,39E-02
6700	9,90E-01	9,78E-01	1,24E-02
7300	9,89E-01	9,79E-01	1,03E-02
7900	9,88E-01	9,80E-01	7,96E-03
8500	9,86E-01	9,81E-01	5,59E-03
9100	9,84E-01	9,81E-01	2,87E-03

TABLA 6.8 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 2



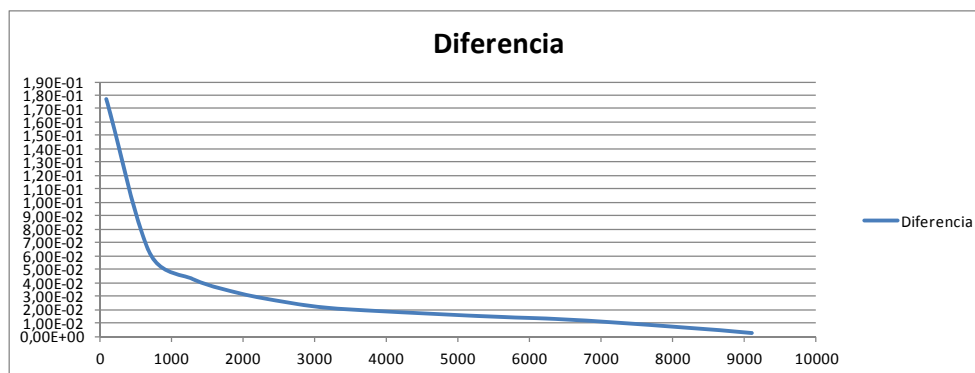


FIGURA 6.5 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 2

En este caso, para equiparar el análisis con el del caso anterior, el rango de velocidades que situaría la diferencia entre la eficiencia máxima y mínima proporcionada por los modelos en un 1% sería de 7000 a 9000 rpm. Sin embargo, entre 3500 y 9000 rpm la diferencia se situaría en un 2%.

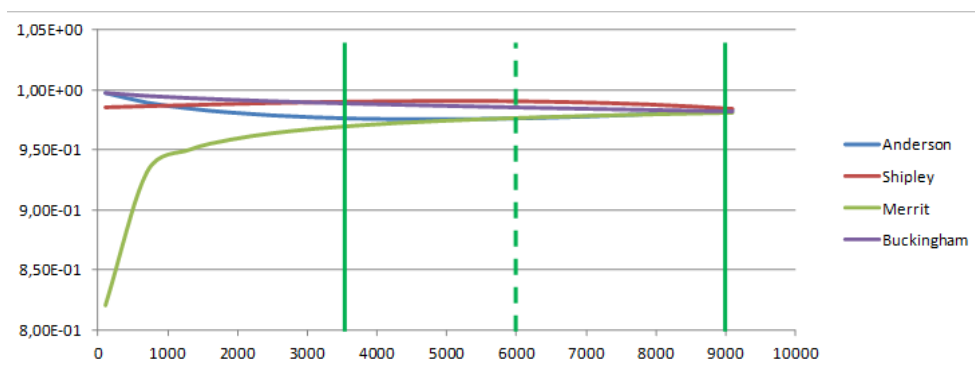


FIGURA 6.6 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 2

Estas diferencias no nos indican nada más que la dispersión de resultados entre los modelos dentro de un rango determinado. Para poder establecer si existe o no un modelo que pueda ser más representativo que los demás, se va a calcular para cada régimen de giro el valor promedio de la eficiencia global calculada por cada modelo y en base a ésta se analizará para qué modelo los valores calculados por él se encuentran más cercanos a los promediados.

		Diferencia respecto de la media					
np	Promedio	Anderson	Shipley	Merrit	Buckingham	Mínimo	Modelo representativo
100	9,50E-01	4,73E-02	3,51E-02	-1,30E-01	4,74E-02	-1,30E-01	Merrit
700	9,76E-01	3,93E-02	3,61E-02	-1,81E-02	4,50E-02	-1,81E-02	Merrit
1300	9,79E-01	3,45E-02	3,71E-02	1,10E-05	4,32E-02	1,10E-05	Merrit
1900	9,80E-01	3,11E-02	3,80E-02	8,62E-03	4,18E-02	8,62E-03	Merrit
2500	9,81E-01	2,88E-02	3,88E-02	1,39E-02	4,06E-02	1,39E-02	Merrit
3100	9,81E-01	2,72E-02	3,95E-02	1,76E-02	3,96E-02	1,76E-02	Merrit
3700	9,81E-01	2,62E-02	4,01E-02	2,03E-02	3,87E-02	2,03E-02	Merrit

<b>4300</b>	9,82E-01	2,57E-02	4,05E-02	2,24E-02	3,78E-02	2,24E-02	Merrit
<b>4900</b>	9,82E-01	2,56E-02	4,07E-02	2,42E-02	3,70E-02	2,42E-02	Merrit
<b>5500</b>	9,82E-01	2,58E-02	4,06E-02	2,56E-02	3,62E-02	2,56E-02	Merrit
<b>6100</b>	9,82E-01	2,64E-02	4,03E-02	2,68E-02	3,55E-02	2,64E-02	Anderson
<b>6700</b>	9,83E-01	2,73E-02	3,97E-02	2,79E-02	3,48E-02	2,73E-02	Anderson
<b>7300</b>	9,83E-01	2,85E-02	3,88E-02	2,88E-02	3,41E-02	2,85E-02	Anderson
<b>7900</b>	9,83E-01	2,99E-02	3,76E-02	2,96E-02	3,35E-02	2,96E-02	Merrit
<b>8500</b>	9,83E-01	3,16E-02	3,59E-02	3,03E-02	3,29E-02	3,03E-02	Merrit
<b>9100</b>	9,83E-01	3,34E-02	3,39E-02	3,10E-02	3,23E-02	3,10E-02	Merrit

TABLA 6.9 Modelo representativo Caso práctico 2

### 6.3. Caso práctico 3

Analizar la eficiencia del sistema compuesto por una pareja de engranajes cilíndricos de dentado recto que trabaja en las siguientes condiciones de operación:

Variable	Significado	Valor	Unidades
$\mu_0$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	0,05	N·s/m <sup>2</sup>
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	1,07	
F	ancho de la cara del diente	0,00456	m
$T_p$	par de entrada	271	N·m
$\theta$	ángulo de presión	20	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	1000	rpm
P	paso diametral	5	nº dientes/pulgada
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	14,96063	
$\nu$	viscosidad cinemática del lubricante	0,32	cm <sup>2</sup> /s
$D_p$	diámetro primitivo del engranaje	0,0760	N·m
F/D <sub>p</sub>	relación entre el ancho de cara del diente y el diámetro primitivo del engranaje	0,0600	N·s/m <sup>2</sup>
$v_p$	velocidad en la línea primitiva	3,9793507	m/s

TABLA 6.10 Condiciones de operación Caso práctico 3<sup>12</sup>

Con estos datos, los resultados obtenidos de la eficiencia global del sistema calculada con cada uno de los modelos es:

np	Anderson	Shiple	Merrit	Buckingham
100	9,95E-01	0,98528184	0,82037689	0,997549469
700	9,80E-01	0,98630321	0,93210885	0,995138069
1300	9,71E-01	0,98727833	0,95018151	0,993374305
1900	9,64E-01	0,9881848	0,95879163	0,991989926
2500	9,60E-01	0,98899908	0,96407538	0,990811815
3100	9,57E-01	0,98969655	0,96773874	0,98976847
3700	9,55E-01	0,99025148	0,97047014	0,98882209
4300	9,54E-01	0,99063701	0,97260773	0,987949808
4900	9,54E-01	0,99082522	0,97433956	0,987136541
5500	9,54E-01	0,99078703	0,97577962	0,986371719
6100	9,56E-01	0,9904923	0,97700162	0,985647596
6700	9,57E-01	0,98990976	0,97805554	0,984958292
7300	9,60E-01	0,98900704	0,97897671	0,984299222
7900	9,62E-01	0,98775067	0,97979082	0,983666725
8500	9,65E-01	0,98610606	0,98051714	0,983057823
9100	9,69E-01	0,98403752	0,98117038	0,98247006

TABLA 6.11 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 3

<sup>12</sup> Estas condiciones se han escogido de un ejemplo (Yada) presentado en el artículo (3 pág. 372) de la bibliografía.

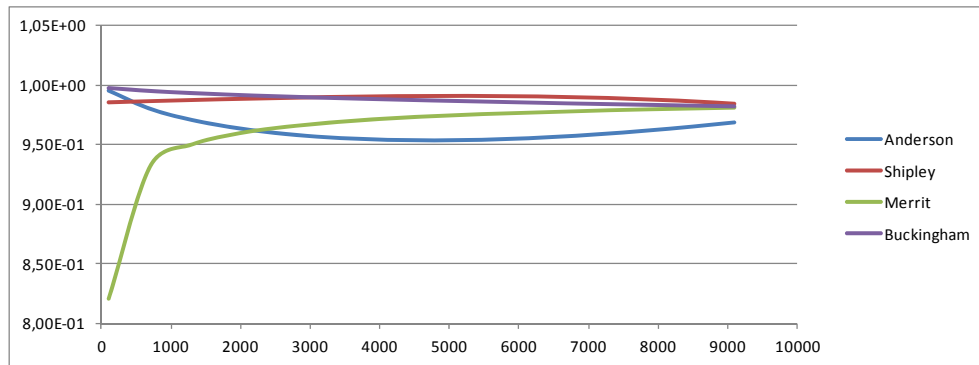


FIGURA 6.7 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 3

Aquí se ve que todos los modelos presentan unas valoraciones de la eficiencia del sistema muy similar dentro de un rango de velocidades. A continuación se van a representar las diferencias existentes entre los valores de eficiencia máximo y mínimo en cada punto de velocidad analizado, para determinar el rango de velocidades en que podría considerarse que todos los modelos tienen un comportamiento similar.

np	Máximo	Mínimo	Diferencia
100	9,98E-01	8,20E-01	1,77E-01
700	9,95E-01	9,32E-01	6,30E-02
1300	9,93E-01	9,50E-01	4,32E-02
1900	9,92E-01	9,59E-01	3,32E-02
2500	9,91E-01	9,60E-01	3,08E-02
3100	9,90E-01	9,57E-01	3,28E-02
3700	9,90E-01	9,55E-01	3,52E-02
4300	9,91E-01	9,54E-01	3,66E-02
4900	9,91E-01	9,54E-01	3,69E-02
5500	9,91E-01	9,54E-01	3,64E-02
6100	9,90E-01	9,56E-01	3,49E-02
6700	9,90E-01	9,57E-01	3,26E-02
7300	9,89E-01	9,60E-01	2,95E-02
7900	9,88E-01	9,62E-01	2,56E-02
8500	9,86E-01	9,65E-01	2,08E-02
9100	9,84E-01	9,69E-01	1,52E-02

TABLA 6.12 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 3

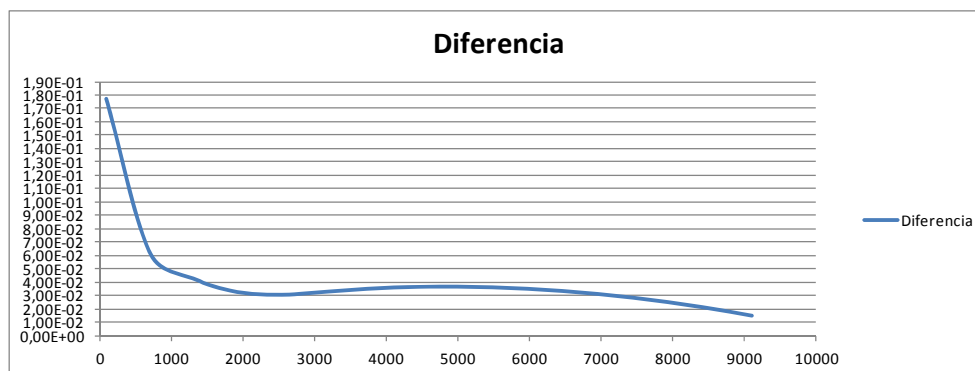


FIGURA 6.8 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 3

En este caso no es posible equiparar el análisis con el de los casos anteriores dado que las diferencias son mayores (en torno al 4%). El rango de velocidades que situaría la diferencia entre la eficiencia máxima y mínima proporcionada por los modelos en un 4% sería de 1500 a 9000 rpm.

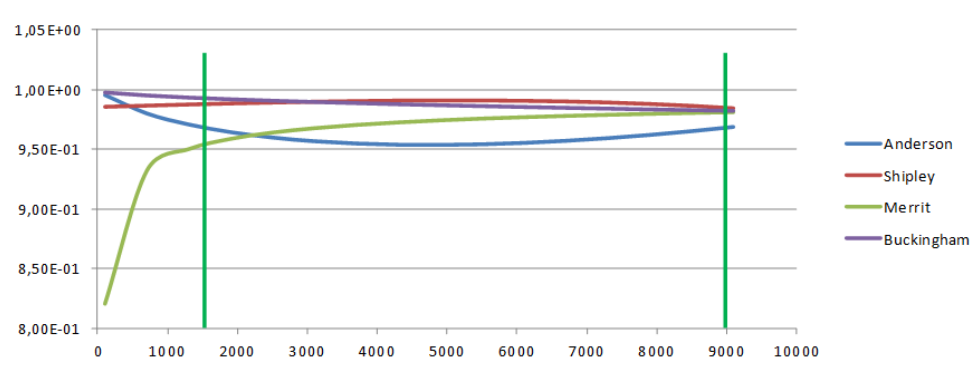


FIGURA 6.9 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 3

Estas diferencias no nos indican nada más que la dispersión de resultados entre los modelos dentro de un rango determinado. Para poder establecer si existe o no un modelo que pueda ser más representativo que los demás, se va a calcular para cada régimen de giro el valor promedio de la eficiencia global calculada por cada modelo y en base a ésta se analizará para qué modelo los valores calculados por él se encuentran más cercanos a los promediados.

np	Promedio	Diferencia respecto de la media				Mínimo	Modelo representativo
		Anderson	Shipley	Merrit	Buckingham		
100	9,50E-01	4,56E-02	3,57E-02	-1,29E-01	4,79E-02	-1,29E-01	Merrit
700	9,73E-01	3,04E-02	3,67E-02	-1,75E-02	4,55E-02	-1,75E-02	Merrit
1300	9,75E-01	2,12E-02	3,77E-02	5,79E-04	4,38E-02	5,79E-04	Merrit
1900	9,76E-01	1,49E-02	3,86E-02	9,19E-03	4,24E-02	9,19E-03	Merrit
2500	9,76E-01	1,04E-02	3,94E-02	1,45E-02	4,12E-02	1,04E-02	Anderson
3100	9,76E-01	7,36E-03	4,01E-02	1,81E-02	4,02E-02	7,36E-03	Anderson
3700	9,76E-01	5,44E-03	4,06E-02	2,09E-02	3,92E-02	5,44E-03	Anderson

<b>4300</b>	9,76E-01	4,46E-03	4,10E-02	2,30E-02	3,83E-02	4,46E-03	Anderson
<b>4900</b>	9,77E-01	4,29E-03	4,12E-02	2,47E-02	3,75E-02	4,29E-03	Anderson
<b>5500</b>	9,77E-01	4,82E-03	4,12E-02	2,62E-02	3,68E-02	4,82E-03	Anderson
<b>6100</b>	9,77E-01	5,97E-03	4,09E-02	2,74E-02	3,60E-02	5,97E-03	Anderson
<b>6700</b>	9,78E-01	7,68E-03	4,03E-02	2,85E-02	3,54E-02	7,68E-03	Anderson
<b>7300</b>	9,78E-01	9,90E-03	3,94E-02	2,94E-02	3,47E-02	9,90E-03	Anderson
<b>7900</b>	9,78E-01	1,26E-02	3,81E-02	3,02E-02	3,41E-02	1,26E-02	Anderson
<b>8500</b>	9,79E-01	1,57E-02	3,65E-02	3,09E-02	3,35E-02	1,57E-02	Anderson
<b>9100</b>	9,79E-01	1,92E-02	3,44E-02	3,16E-02	3,29E-02	1,92E-02	Anderson

TABLA 6.13 Modelo representativo Caso práctico 3

## 6.4. Caso práctico 4

Analizar la eficiencia del sistema compuesto por una pareja de engranajes cilíndricos de dentado recto que trabaja en las siguientes condiciones de operación:

Variable	Significado	Valor	Unidades
$\mu_0$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	0,05	N·s/m <sup>2</sup>
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	1	
F	ancho de la cara del diente	0,02047	m
$T_p$	par de entrada	271	N·m
$\theta$	ángulo de presión	20	grados
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	3500	rpm
P	paso diametral	5,6	nº dientes/pulgada
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	19,62205	
$\nu$	viscosidad cinemática del lubricante	0,39	cm <sup>2</sup> /s
$D_p$	diámetro primitivo del engranaje	0,0890	N·m
F/ $D_p$	relación entre el ancho de cara del diente y el diámetro primitivo del engranaje	0,2300	N·s/m <sup>2</sup>
$v_p$	velocidad en la línea primitiva	16,3101	m/s

TABLA 6.14 Condiciones de operación Caso práctico 4<sup>13</sup>

Con estos datos, los resultados obtenidos de la eficiencia global del sistema calculada con cada uno de los modelos es:

np	Anderson	Shiple	Merrit	Buckingham
100	9,99E-01	0,98793922	0,87029935	0,9978975
700	9,96E-01	0,98891697	0,95097776	0,995942684
1300	9,94E-01	0,9898376	0,96402751	0,994470811
1900	9,92E-01	0,99067111	0,97024463	0,993315536
2500	9,91E-01	0,99138574	0,97405987	0,992332394
3100	9,91E-01	0,99194805	0,97670508	0,991461715
3700	9,91E-01	0,9923229	0,97867734	0,990671955
4300	9,90E-01	0,99247342	0,98022084	0,989944029
4900	9,91E-01	0,99236105	0,98147134	0,989265352
5500	9,91E-01	0,9919455	0,98251117	0,988627102
6100	9,91E-01	0,99118481	0,98339353	0,988022816
6700	9,92E-01	0,99003527	0,98415454	0,987447588
7300	9,92E-01	0,9884515	0,98481969	0,986897589
7900	9,93E-01	0,98638639	0,98540754	0,986369765
8500	9,94E-01	0,98379112	0,98593199	0,985861633
9100	9,95E-01	0,98061519	0,98640368	0,98537114

TABLA 6.15 Eficiencias globales por modelos Caso práctico 4

<sup>13</sup> Estas condiciones se han escogido de un ejemplo (Ohlendorf) presentado en el artículo (3 pág. 372) de la bibliografía.

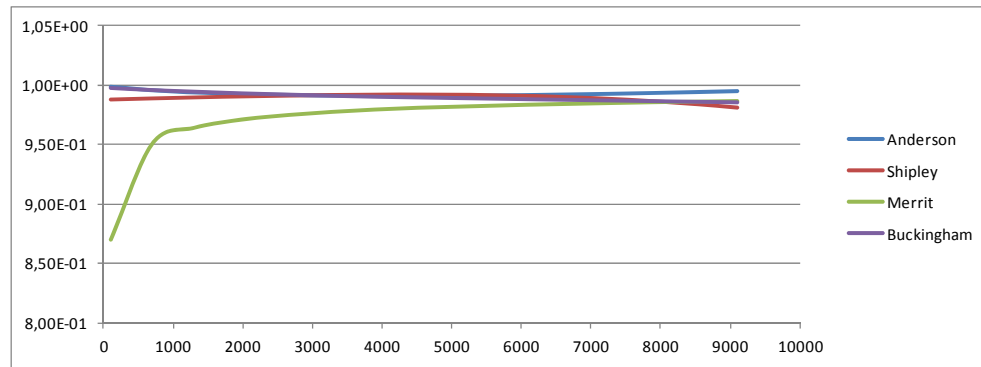


FIGURA 6.10 Comparativa eficiencia global por modelos Caso práctico 4

Aquí se ve que todos los modelos presentan unas valoraciones de la eficiencia del sistema muy similar dentro de un rango de velocidades. A continuación se van a representar las diferencias existentes entre los valores de eficiencia máximo y mínimo en cada punto de velocidad analizado, para determinar el rango de velocidades en que podría considerarse que todos los modelos tienen un comportamiento similar.

np	Máximo	Mínimo	Diferencia
100	9,99E-01	8,70E-01	1,29E-01
700	9,96E-01	9,51E-01	4,50E-02
1300	9,94E-01	9,64E-01	3,04E-02
1900	9,93E-01	9,70E-01	2,31E-02
2500	9,92E-01	9,74E-01	1,83E-02
3100	9,92E-01	9,77E-01	1,52E-02
3700	9,92E-01	9,79E-01	1,36E-02
4300	9,92E-01	9,80E-01	1,23E-02
4900	9,92E-01	9,81E-01	1,09E-02
5500	9,92E-01	9,83E-01	9,43E-03
6100	9,91E-01	9,83E-01	7,81E-03
6700	9,92E-01	9,84E-01	7,57E-03
7300	9,92E-01	9,85E-01	7,53E-03
7900	9,93E-01	9,85E-01	7,68E-03
8500	9,94E-01	9,84E-01	1,01E-02
9100	9,95E-01	9,81E-01	1,42E-02

TABLA 6.16 Diferencias entre valores extremos de eficiencias Caso práctico 4



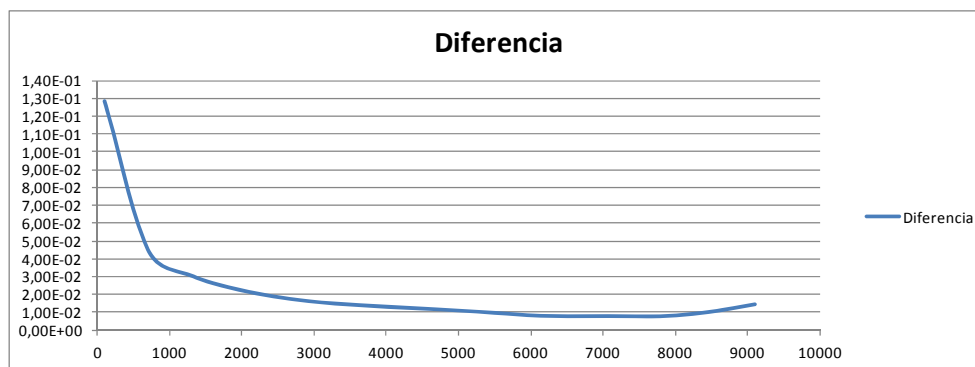


FIGURA 6.11 Diferencia entre valores extremos de eficiencia global Caso práctico 4

Estas diferencias no nos indican nada más que la dispersión de resultados entre los modelos dentro de un rango determinado. Para poder establecer si existe o no un modelo que pueda ser más representativo que los demás, se va a calcular para cada régimen de giro el valor promedio de la eficiencia global calculada por cada modelo y en base a ésta se analizará para qué modelo los valores calculados por él se encuentran más cercanos a los promediados.

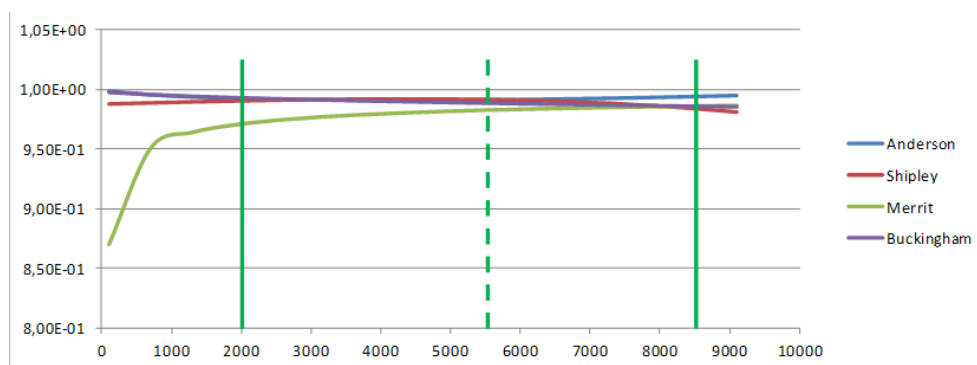


FIGURA 6.12 Rango de validez para el cálculo de la eficiencia global por modelos Caso práctico 4

Estas diferencias no nos indican nada más que la dispersión de resultados entre los modelos dentro de un rango determinado. Para poder establecer cuál sería el modelo que presenta unos resultados promedio de entre todos los modelos, analizaremos los valores promedios para cada velocidad de rotación tomada en cuenta y lo que se separa cada modelo de estos.

np	Promedio	Diferencia respecto de la media				Mínimo	Modelo representativo
		Anderson	Shipley	Merrit	Buckingham		
100	9,64E-01	3,51E-02	2,42E-02	-9,35E-02	3,41E-02	-9,35E-02	Merrit
700	9,83E-01	3,18E-02	2,52E-02	-1,28E-02	3,22E-02	-1,28E-02	Merrit
1300	9,85E-01	2,98E-02	2,61E-02	2,66E-04	3,07E-02	2,66E-04	Merrit
1900	9,87E-01	2,85E-02	2,69E-02	6,48E-03	2,96E-02	6,48E-03	Merrit
2500	9,87E-01	2,76E-02	2,76E-02	1,03E-02	2,86E-02	1,03E-02	Merrit
3100	9,88E-01	2,71E-02	2,82E-02	1,29E-02	2,77E-02	1,29E-02	Merrit

<b>3700</b>	9,88E-01	2,68E-02	2,86E-02	1,49E-02	2,69E-02	1,49E-02	Merrit
<b>4300</b>	9,88E-01	2,67E-02	2,87E-02	1,65E-02	2,62E-02	1,65E-02	Merrit
<b>4900</b>	9,88E-01	2,68E-02	2,86E-02	1,77E-02	2,55E-02	1,77E-02	Merrit
<b>5500</b>	9,88E-01	2,70E-02	2,82E-02	1,87E-02	2,49E-02	1,87E-02	Merrit
<b>6100</b>	9,88E-01	2,74E-02	2,74E-02	1,96E-02	2,43E-02	1,96E-02	Merrit
<b>6700</b>	9,88E-01	2,80E-02	2,63E-02	2,04E-02	2,37E-02	2,04E-02	Merrit
<b>7300</b>	9,88E-01	2,86E-02	2,47E-02	2,11E-02	2,31E-02	2,11E-02	Merrit
<b>7900</b>	9,88E-01	2,93E-02	2,26E-02	2,16E-02	2,26E-02	2,16E-02	Merrit
<b>8500</b>	9,87E-01	3,02E-02	2,00E-02	2,22E-02	2,21E-02	2,00E-02	Shipley
<b>9100</b>	9,87E-01	3,11E-02	1,69E-02	2,26E-02	2,16E-02	1,69E-02	Shipley

TABLA 6.17 Modelo representativo Caso práctico 4

## 7. RESULTADOS

Una vez llevado a cabo el diseño de experimentos para analizar la significatividad de los efectos de cada factor sobre la variable objetivo en cada uno de los modelos, van a analizarse los resultados obtenidos.

Primero se van a analizar los resultados obtenidos al aplicar la teoría del diseño de experimentos (resultados referidos a tendencias de comportamiento de los modelos) y finalmente los resultados obtenidos con los cuatro casos prácticos (resultados referidos a los valores numéricos calculados por los modelos).

### 7.1. Eficiencia considerando el fenómeno de deslizamiento

A continuación se muestran las variables que cada modelo ha considerado para el cálculo de la eficiencia del sistema habiendo considerado únicamente el fenómeno del deslizamiento.

Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal	Modelo de Shipley	Modelo de Buckingham	Modelo de Merrit
$\theta$	ángulo de presión	x	x	x	x
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	x	x	x	x
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x	x	x	x
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	x	x	x	x
P	paso diametral	x	x	x	x
$T_p$	par transmitido	x			
F	ancho de la cara del diente	x			
$m$	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	x			
$v$	viscosidad cinemática del lubricante				x

TABLA 7.1 Variables principales de los modelos (deslizamiento)

De todas estas variables, se ha realizado el diseño de experimentos teniendo en cuenta para todos los modelos las variables  $n_p$ , P,  $N_p$  y  $\theta$  y las variables  $n_p$ ,  $\theta$ , P y F (caso 2) en el Modelo reducido de Anderson y Loewenthal.

En la tabla se marcan con una “x” las variables significativas y con un “O” la variable más significativa de todas ellas.

Designación	Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal	Modelo de Shipley	Modelo de Buckingham	Modelo de Merrit
A	$n_p$	velocidad de	O	O	O	O
C	$N_p$	nº de dientes	x		x	x
B	P	paso diametral	x	x	x	x
D	$\theta$	ángulo de	x	x	x	x
AC	$n_p \cdot N_p$		x	x		
AB	$n_p \cdot P$		x	x		
AD	$n_p \cdot \theta$	x			x	
BCD	$N_p \cdot \theta \cdot P$				x	

TABLA 7.2 Variables significativas por modelos

En todos los modelos la variable más significativa es la relativa a las revoluciones de giro del engranaje de entrada.

El número de dientes del engranaje de entrada deja de ser significativo en el Modelo de Shipley y, si nos fijamos en el apartado. 3, se puede ver que esta variable es la menos significativa tanto en el Modelo de Merrit como en el Modelo reducido de Anderson y Loewenthal.

Comparando los casos 1 y 2 del Modelo reducido de Anderson y Loewenthal, vemos lo siguiente:

Designación	Variable	Significado	Caso 1	Caso 2
A	$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de	O	O
C	$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x	
B	P	paso diametral	x	x
C'	F	anchura de la cara del diente		x
D	$\theta$	ángulo de presión del diente	x	x
AC	$n_p \cdot N_p$		x	
BC'	$F \cdot P$			x
BD	$P \cdot \theta$			x
AB	$n_p \cdot P$		x	
AD	$n_p \cdot \theta$			x
C'D	$F \cdot \theta$			x
ABD	$n_p \cdot \theta \cdot P$			x
BC'D	$F \cdot \theta \cdot P$			x
ABC'D	$n_p \cdot F \cdot \theta \cdot P$			x

TABLA 7.3 Comparativa caso 1 y 2 Modelo reducido de Anderson y Loewenthal

Al sustituir la variable  $N_p$  por la variable F, el resto de variables toman más relevancia influyendo más sobre la eficiencia lo que provoca que también lo sean algunas interacciones entre estas. Sin embargo, se ve que la variable F es considerablemente menos significativa que la variable a la que sustituye en el estudio,  $N_p$ .

### 7.1.1. Valoración de la influencia de las variables significativas sobre la variable objetivo

Teniendo en cuenta las pendientes analizadas anteriormente para cada modelo, de las rectas que representan la tendencia de aumento o disminución de la variable objetivo con los niveles de las variables principales, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Variable	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal	Modelo de Shipley	Modelo de Buckingham	Modelo de Merrit
$n_p$	0,09927362	-0,06717937	-0,0285847	0,09698689
P	-0,03642281	0,03617135	0,00796485	-0,05388161
$N_p$	0,03032699	-0,00391397	0,00862445	0,05423469
$\theta$	0,04073844	0,0373317	0,02753383	0,05271097

TABLA 7.4 Pendientes (%) de las rectas de las variables más significativas ( $k=4$ )

Los resultados parecen ser algo desconcertantes. Para el Modelo reducido de Anderson y Loewenthal y el Modelo de Merrit a medida que aumenta la velocidad de rotación del engranaje de entrada aumenta la eficiencia de la transmisión, algo que es contrario a lo que sucede con el Modelo de Shipley y el Modelo de Buckingham. Lo opuesto sucede con el modelo de Buckingham y con el modelo de Shipley cuando se trata del paso diametral del engranaje, en estos a medida que aumenta el paso diametral aumenta la eficiencia del sistema, en los otros dos no.

El comportamiento del Modelo de Shipley debe analizarse con más detalle debido a que en función del rango en que se evalúa la eficiencia, las tendencias varían. Aparentemente, la eficiencia aumenta al aumentar el paso diametral del engranaje y disminuye a medida que aumenta el número de dientes del engranaje de entrada.

En todos los modelos sí queda claro que el ángulo de presión del diente contribuye a un aumento de la eficiencia de la transmisión conforme éste es más grande.

A continuación se han representado los modelos estudiados para ilustrar las conclusiones anteriores. Se han tenido en cuenta los valores de las variables principales que se tomaron en los diseño de experimentos (apdo. 3) y se ha representado la variación de la variable objetivo al variar únicamente una de las variables principales.

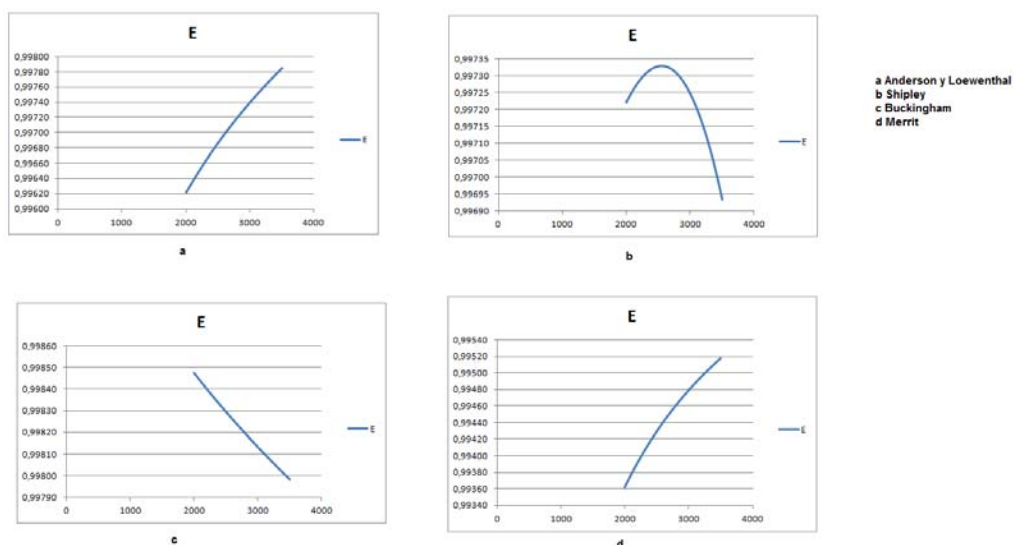


FIGURA 7.1 Variación eficiencia con  $n_p$

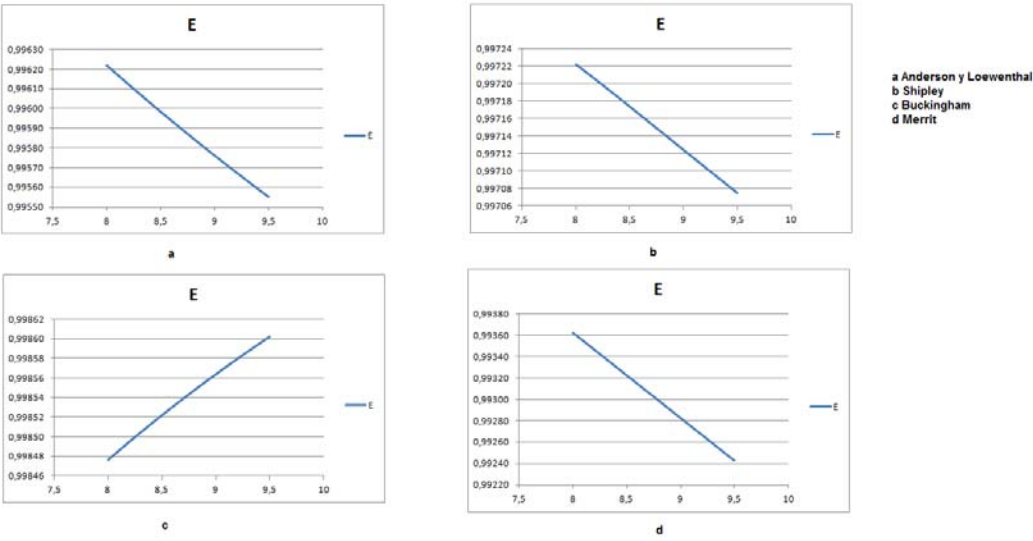


FIGURA 7.2 Variación eficiencia con P

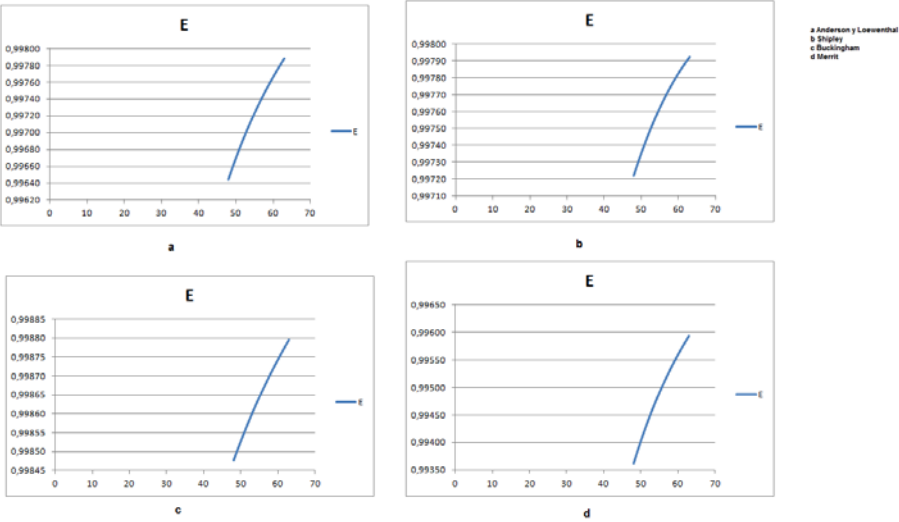


FIGURA 7.3 Variación eficiencia con  $N_p$

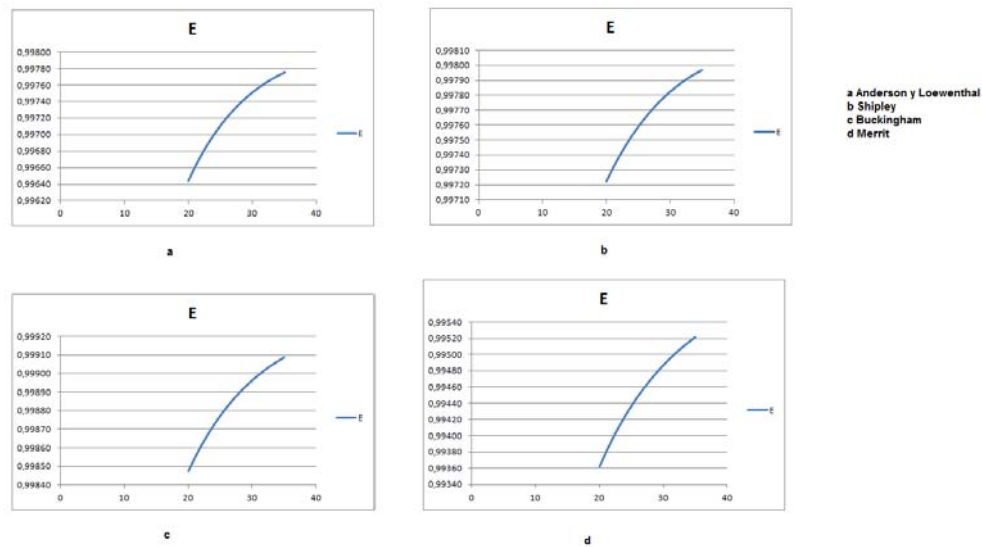


FIGURA 7.4 Variación eficiencia con  $\theta$

A la vista de las gráficas representadas anteriormente, en la figura 7.2 se aprecia que el modelo de Buckingham se comporta al revés que los otros modelos y que el comportamiento de la eficiencia al variar el paso diametral de los engranajes en el Modelo de Shipley, no es el que aparentaba ser al realizar el diseño de experimentos y ver la pendiente de la recta asociada al factor que representaba a esa variable. El motivo de esta aparente no-correlación de los resultados en el modelo de Shipley se puede hallar en la figura 7.1, donde se representa la variación de la eficiencia con la de la velocidad de rotación del engranaje de entrada.

En el Modelo de Shipley se observa un punto de inflexión que cambia el comportamiento de la variable objetivo por completo. Debido a esto y para evitar que las conclusiones obtenidas en este trabajo puedan no presentar la coherencia que deben con los análisis realizados anteriormente, se presentan a continuación las variaciones de la eficiencia con respecto a la velocidad de rotación del engranaje de entrada que, no debe olvidarse, es la variable más significativa de las variables principales analizadas para todos los modelos.

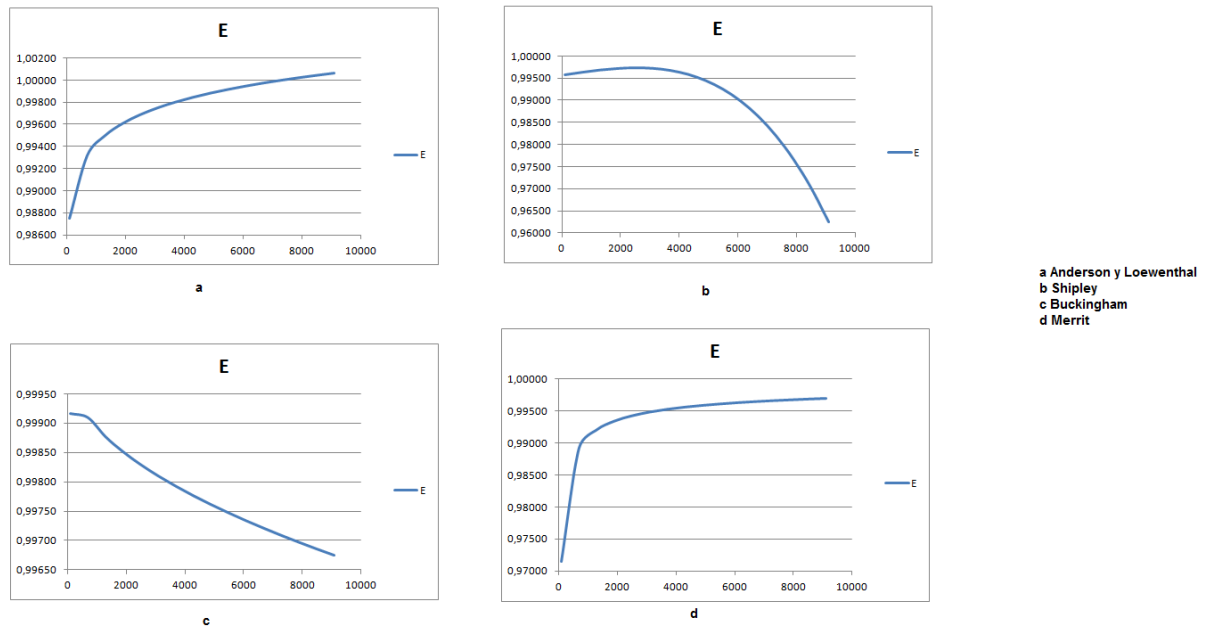


FIGURA 7.5 Variación eficiencia con  $n_p$  (ampliación del rango)

Teniendo en cuenta que las conclusiones de este trabajo se corresponden con los niveles máximos y mínimos definidos en el apartado 3, de los dos cambios de tendencia que se observan en el Modelo de Buckingham y en el Modelo de Shipley, el Modelo de Buckingham no genera dudas en cuanto a su tendencia pero sí el de Shipley por lo que para verificar que el resto de valoraciones hechas en base a la teoría de diseño de experimentos sobre este modelo son consecuentes, se va a analizar este modelo en mayor profundidad.

Se ha realizado una revisión de la variación de las otras tres variables principales en el Modelo de Shipley tanto para cuando la velocidad de rotación del engranaje de entrada se encuentra en su nivel mínimo (2000 rpm) como en el máximo (4000 rpm).

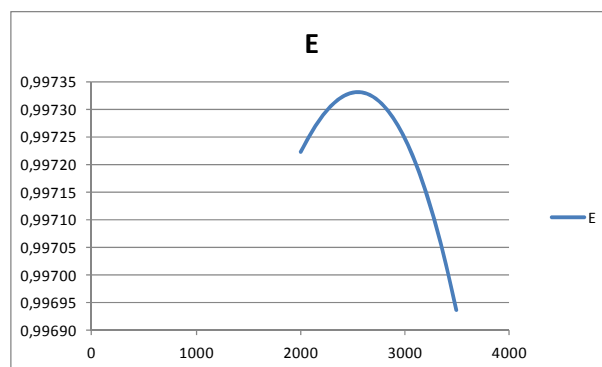


FIGURA 7.6 Cambio de tendencia en la variación de E con  $n_p$  (Modelo de Shipley)



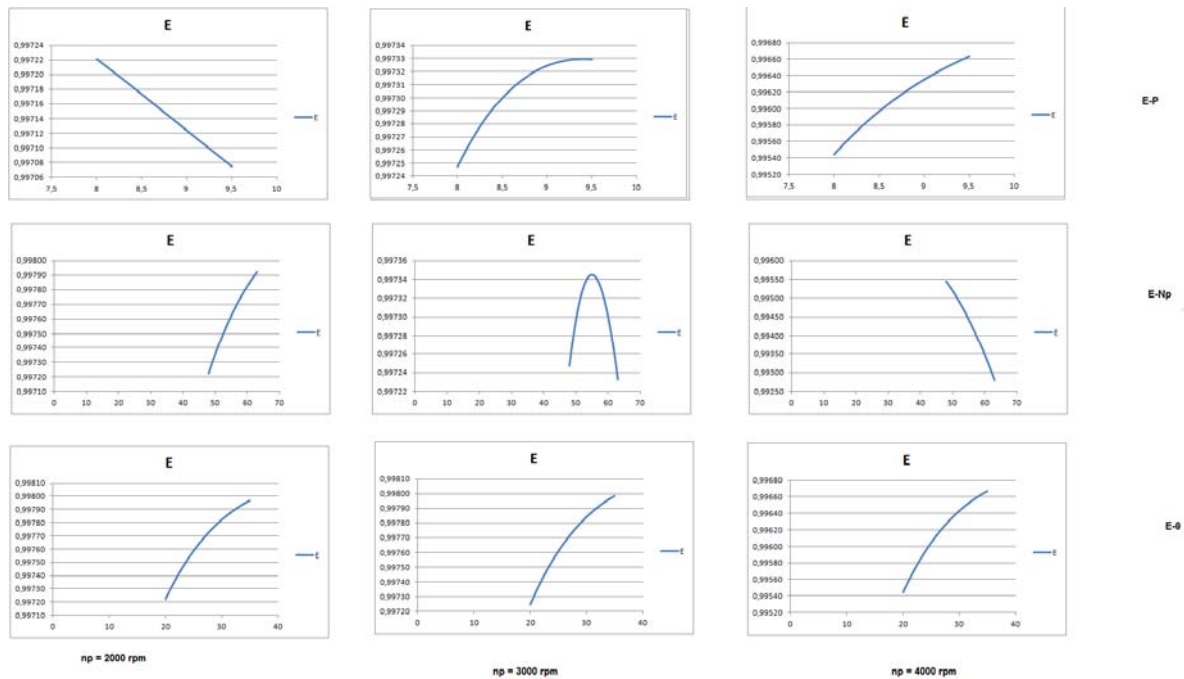


FIGURA 7.7 Cambios de tendencia para las variables principales del Modelo de Shipley

Estos cambios de tendencia nos llevan a no tener en cuenta las conclusiones que del diseño de experimentos se obtenían para el modelo de Shipley, ya que en función de los niveles definidos para la variable principal más significativa el comportamiento de la variable objetivo varía significativamente, cosa que para los otros tres modelos no sucedió, dentro siempre de los niveles definidos para las variables principales.

Una vez aclarado el comportamiento del modelo de Shipley y teniendo en cuenta que para los niveles de las variables consideradas en el diseño de experimentos todos los modelos presentan tendencias de aumento o disminución de la eficiencia similares para los cambios de las variables  $N_p$ ,  $\theta$  y  $P$ , queda analizar el cambio de tendencia existente para la variable  $n_p$ .

Como se ha visto en todos los modelos, las pérdidas por deslizamiento son directamente proporcionales en todos los casos al coeficiente de fricción existente entre los dientes en contacto. Si representamos la variación de los coeficientes de fricción en función de la variación de velocidades de rotación del engranaje de entrada veremos que las gráficas presentan un comportamiento simétrico respecto al eje X al que presentan las gráficas que representan la variación de la eficiencia con el cambio de la velocidad de rotación (fig. 7.5)

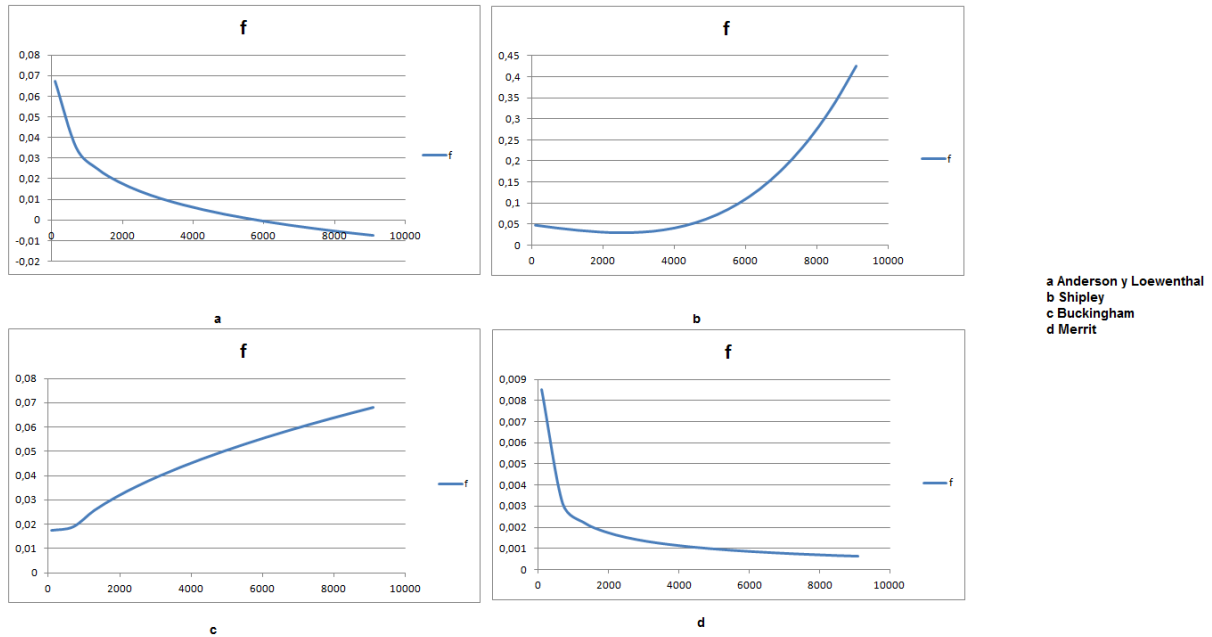


FIGURA 7.8 Variación  $m$  con  $n_p$  (ampliación del rango)

Dado que los modelos para determinar el coeficiente de fricción que han empleado en cada modelo de pérdidas analizado provienen de datos empíricos y estos se desarrollaron en unas condiciones de operación determinadas (2), es lógico que para las condiciones en que se han analizado los modelos de pérdidas en este trabajo los resultados sean diferentes. A la hora de determinar los coeficientes de fricción se tuvieron en cuenta datos de temperaturas de los aceites de lubricación, materiales de los engranajes, acabados superficiales de los dentados y otras variables que en este estudio no se han considerado y no son las mismas en cada caso estudiado.

Para demostrar que lo que condiciona al cálculo de la eficiencia es el modelo elegido para el cálculo del coeficiente de fricción, va a analizarse el comportamiento que para cada modelo tienen las variables que intervienen en el mismo al variar las revoluciones de giro del engranaje de entrada.

Como se vio en el apartado 2, Shipley empleó un modelo de coeficiente de fricción basado en la velocidad en la línea de contacto y en la temperatura del aceite de lubricación (fig. 9.1). Anderson por el contrario, empleó un modelo más complejo basado en la carga que debían soportar los dientes, la velocidad de deslizamiento, la velocidad de rodadura, la anchura de la cara del diente y la viscosidad del lubricante (ec. 9.42). Buckingham empleó un modelo únicamente dependiente de la velocidad de deslizamiento (calculada en base a su criterio) (ec. 9.35) y por último, Merrit lo calculó en base a la viscosidad del lubricante, velocidad de entrada, velocidad de deslizamiento (calculada en base a su criterio) y al radio primitivo calculado por él (ec. 9.58)

A continuación se representan para cada modelo de coeficiente de fricción, la variación de aquellas variables que intervienen en el cálculo del mismo con las revoluciones de giro del engranaje de entrada.

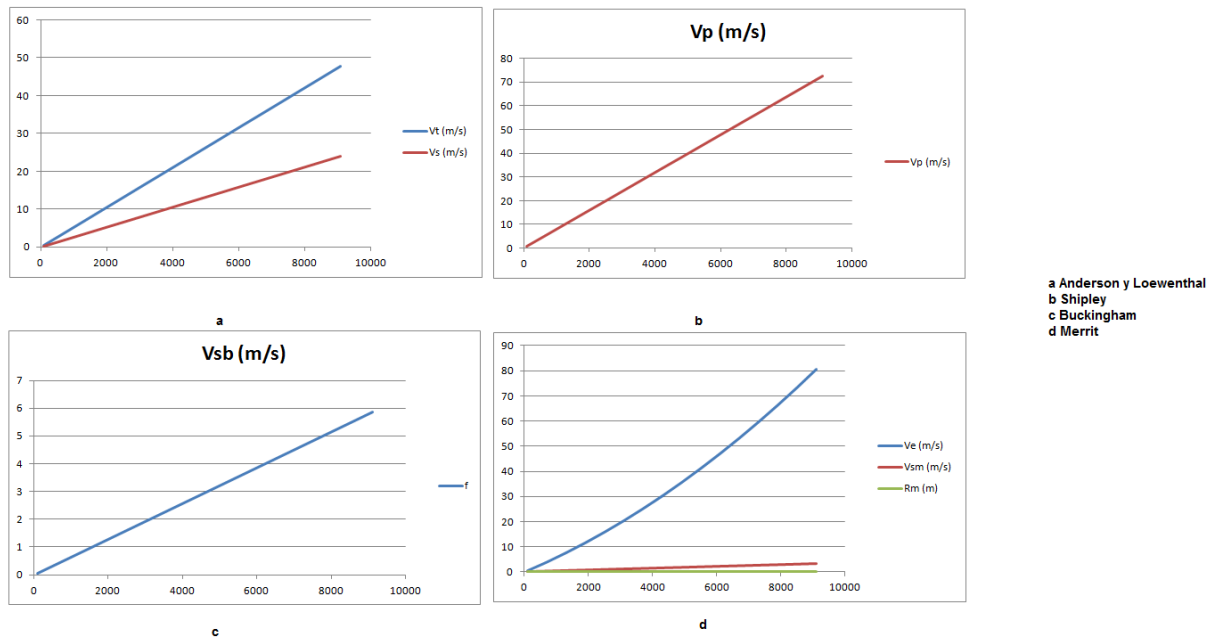


FIGURA 7.9 Variación de las variables influyentes en el cálculo de  $m$  con  $n_p$

Como se puede ver, todas las variables representadas aumentan al aumentar las revoluciones de giro, aproximadamente en cada modelo de forma lineal, por lo que los comportamientos tan diferentes del coeficiente de fricción para cada modelo dependen de la forma en que cada uno de ellos trata a estas variables. Así pues, queda demostrado que los modelos de pérdidas están influenciados por completo por el modelo que cada investigador elige para el cálculo del coeficiente de fricción y no por cómo calculan estos las velocidades lineales que existen en los puntos característicos de contacto entre los dientes de la transmisión.

## 7.2. Eficiencia considerando el fenómeno de rodadura

Los resultados para el caso de pérdidas de potencia debidos al fenómeno de rodadura únicamente se han sido tenidos en cuenta por el Modelo reducido de Anderson y Loewenthal (ver apartado 4). A continuación se muestran las variables que este modelo ha considerado para el cálculo de la eficiencia del sistema habiendo considerado únicamente el fenómeno de rodadura.

Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal
$\theta$	ángulo de presión	x
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	x
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	x
P	paso diametral	x
$T_p$	par transmitido	x
F	ancho de la cara del diente	x
m	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	x

TABLA 7.5 Variables principales de los modelos (rodadura)

De todas estas variables, se ha realizado el diseño de experimentos teniendo en cuenta las variables  $n_p$ , P, F y  $N_p$  (caso 1),  $n_p$ ,  $\theta$ , P y  $N_p$  (caso 2).

En la tabla se marcan con una “x” las variables significativas y con un “O” la variable más significativa de todas ellas.

Designación	Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal
A	$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	O
C	$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x
B	P	paso diametral	x
D	F	anchura de la cara del diente	x

TABLA 7.6 Variables significativas (rodadura caso 1)

Designación	Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal
A	$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	O
C	$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x
B	P	paso diametral	x
D	$\theta$	ángulo de presión del diente	x

TABLA 7.7 Variables significativas por modelos (rodadura caso 2)

De las tablas anteriores se aprecia que la variable más significativa a tener en cuenta para ambos casos es el número de revoluciones a que gira el engranaje de entrada,  $n_p$ , como

sucedía en los modelos desarrollados para el estudio de las pérdidas de potencia debidas al deslizamiento.

Al sustituir la variable  $F$  por la variable  $\theta$ , el resto de variables toman más relevancia influyendo más sobre la eficiencia. Además, un cambio del nivel mínimo al máximo en las variables en estudio para el caso 2 tiene un efecto mayor sobre la eficiencia.

### 7.2.1. Valoración de la influencia de las variables significativas sobre la variable objetivo

Teniendo en cuenta las pendientes analizadas anteriormente para cada caso, de las rectas que representan la tendencia de aumento o disminución de la variable objetivo con los niveles de las variables principales, se pueden extraer las siguientes conclusiones.

Variable	caso 1	caso 2
$n_p$	-0,059705184	-0,092606737
$P$	0,054206628	0,08407811
$N_p$	-0,035230916	-0,05369689
$\theta$		-0,09822282
$F$	-0,02585425	

TABLA 7.8 Pendientes (%) de las rectas de las variables más significativas Modelo reducido de Anderson y Loewenthal

Los resultados difieren entre ambos casos. Cuando se considera el ángulo de presión del diente en el estudio, éste adquiere mayor influencia sobre la eficiencia del sistema que cuando se obvia y se considera a la anchura de la cara del diente. Además, el hecho de considerar a la anchura de la cara del diente en el estudio hace que la influencia de las otras variables sobre la variable objetivo disminuya por lo que puede concluirse que en el fenómeno de rodadura son mucho más importantes las variables consideradas en el caso 2 que en el 1.

A continuación se ha representado el modelo estudiado para ver el comportamiento de la variable objetivo al variar una de las variables principales. Se han tenido en cuenta los valores de las variables principales que se tomaron en los diseño de experimentos (aptado. 4).

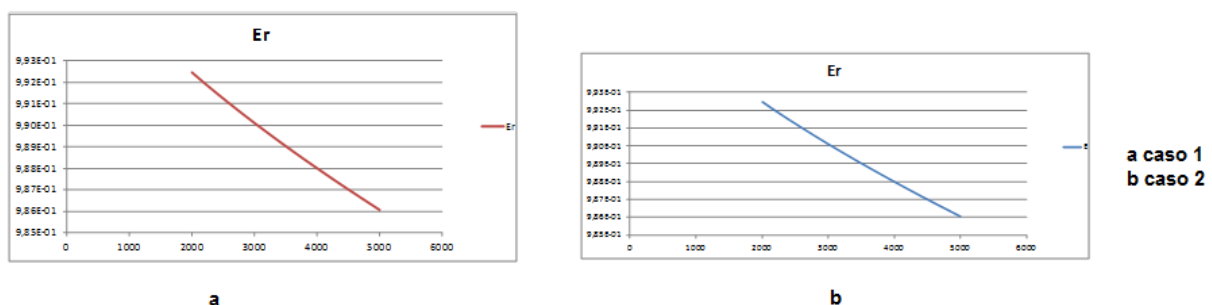


FIGURA 7.10 Variación eficiencia con  $n_p$  (Modelo reducido de Anderson y Loewenthal)

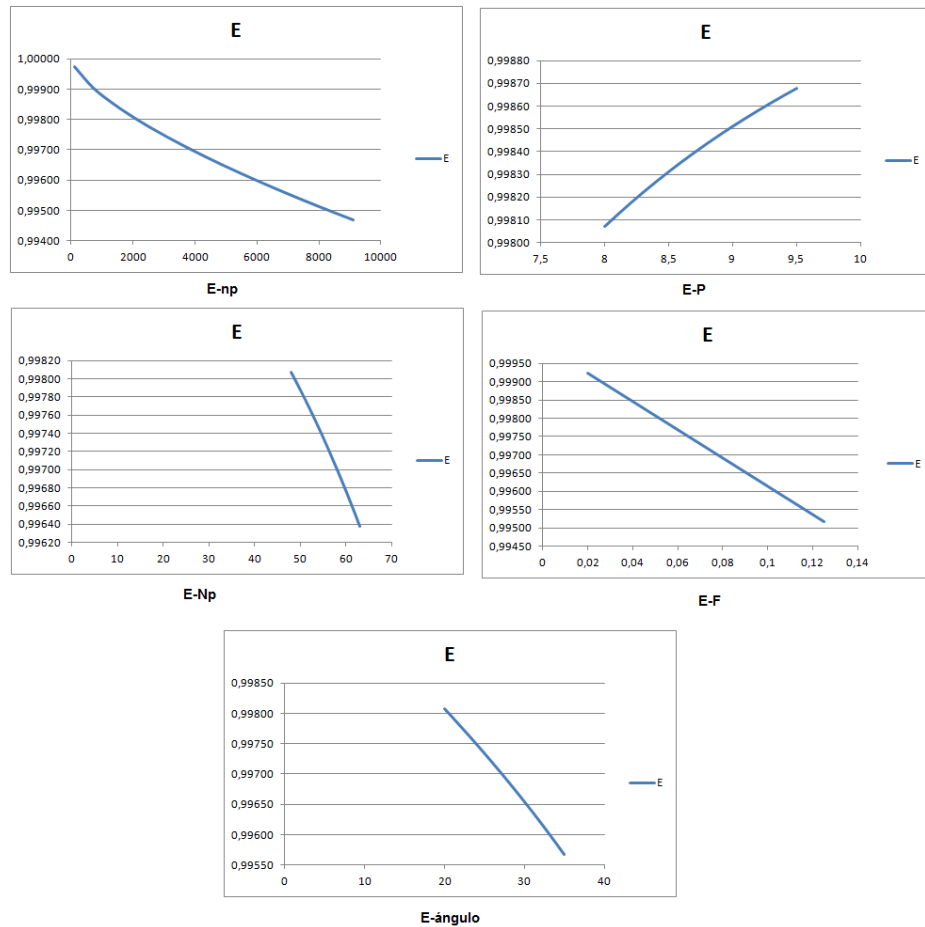


FIGURA 7.11 Variación eficiencia con cada variable principal (Modelo reducido de Anderson y Loewenthal)

A la vista de las gráficas representadas anteriormente se ve que el comportamiento de la variable objetivo se corresponde con el que se intuía al analizar las pendientes de las rectas de cada variable principal en el aptado. 4. Al no apreciar ningún punto de inflexión en la gráfica E- $n_p$  y dado que  $n_p$  es la variable más significativa, se puede decir que las conclusiones que se han obtenido analizando las variables principales dentro de los niveles máximos y mínimos son válidas.

### 7.3. Eficiencia considerando el fenómeno de fricción del aire

A continuación se muestran los resultados para cada uno de los dos o tres casos tenidos en cuenta en el diseño de experimentos.

Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson	Modelo de
$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	x	x
$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x	x
$m_g$	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	x	x
P	paso diametral	x	x
F	ancho de la cara del diente	x	x

TABLA 7.9 Variables principales de los modelos (fricción del aire)

De todas estas variables, se ha realizado el diseño de experimentos teniendo en cuenta para ambos modelos las variables  $n_p$ , P,  $N_p$  y F.

En la tabla se marcan con una “x” las variables significativas y con un “O” la variable más significativa de todas ellas.

Designación	Variable	Significado	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal	Modelo de Shipley
A	$n_p$	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	O	O
C	$N_p$	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	x	x
B	P	paso diametral	x	x
D	F	anchura de la cara del diente	x	
AC	$n_p \cdot N_p$		x	x
BC	$N_p \cdot P$		x	
AB	$n_p \cdot P$		x	x
BCD	$N_p \cdot F \cdot P$		x	
ABC	$N_p \cdot P \cdot n_p$		x	

TABLA 7.10 Variables significativas por modelos (fricción del aire)

De la tabla anterior se aprecia que la variable más significativa a tener en cuenta para ambos es el número de revoluciones a que gira el engranaje de entrada,  $n_p$ , como sucedía en el caso de las pérdidas por deslizamiento y rodadura.

### 7.3.1. Valoración de la influencia de las variables significativas sobre la variable objetivo

Teniendo en cuenta las pendientes analizadas anteriormente para cada caso, de las rectas que representan la tendencia de aumento o disminución de la variable objetivo con los niveles de las variables principales, se pueden extraer las siguientes conclusiones.

Variable	Modelo reducido de Anderson y Loewenthal	Modelo de Shipley
$n_p$	-0,00127312	-0,15659048
P	0,00091191	0,09455827
$N_p$	-0,00058266	-0,06120533
F	-6,7601E-05	-0,0150431

TABLA 7.11 Pendientes (%) de las rectas de las variables más significativas (fricción del aire)

Los resultados parecen ser coherentes y las variables principales presentan el mismo nivel de importancia relativa en términos de su influencia sobre la variable objetivo en ambos modelos (las variables se comportan de la misma manera al pasar del nivel mínimo al máximo).

A continuación se han representado los modelos estudiados para ver el comportamiento de la variable objetivo al variar una de las variables principales. Se han tenido en cuenta los valores de las variables principales que se tomaron en los diseño de experimentos (aptado. 5).

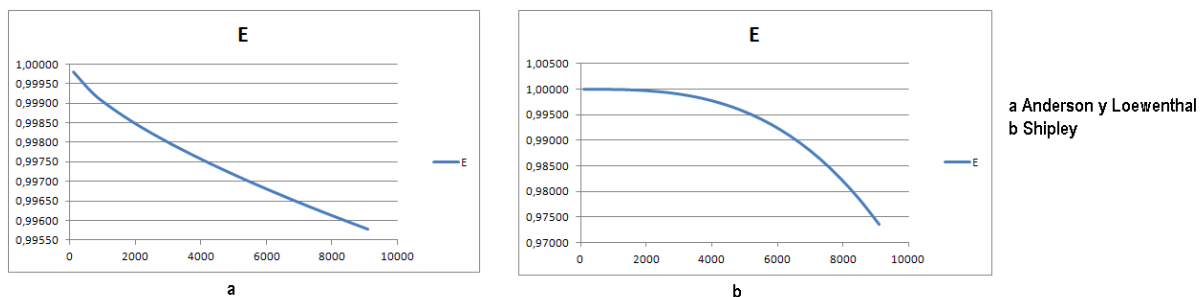


FIGURA 7.12 Variación eficiencia con  $n_p$  (fricción del aire)

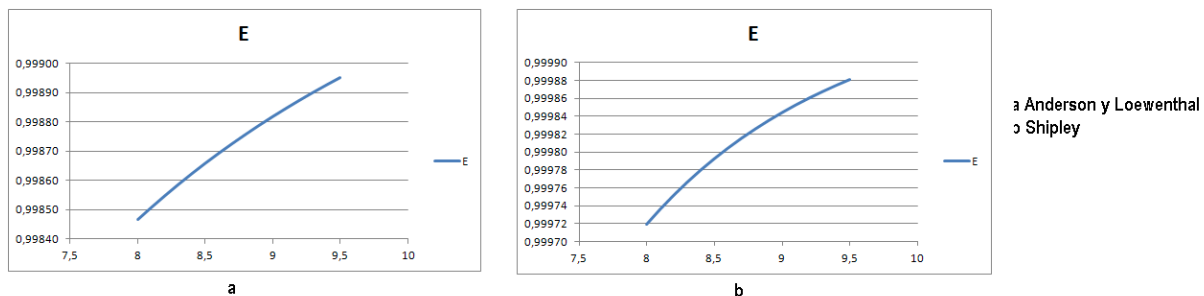


FIGURA 7.13 Variación eficiencia con P (fricción del aire)



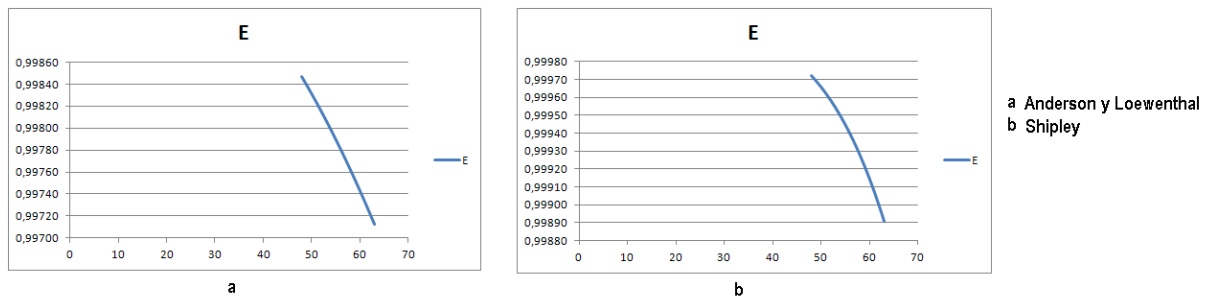


FIGURA 7.14 Variación eficiencia con  $N_p$  (fricción del aire)

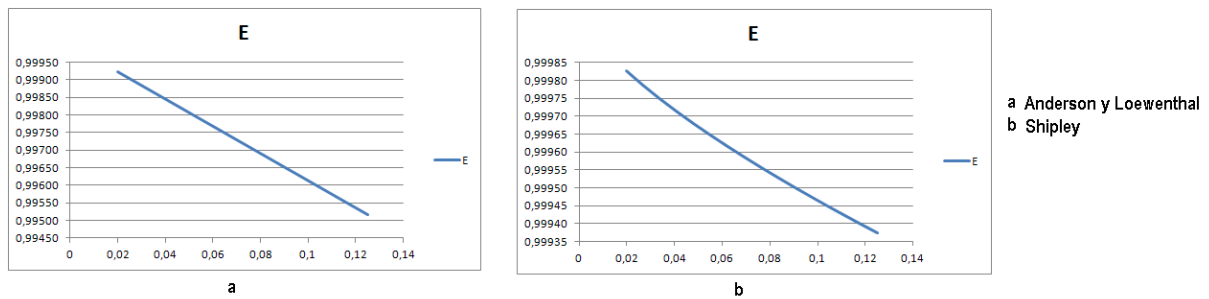


FIGURA 7.15 Variación eficiencia con  $F$  (fricción del aire)

A la vista de las gráficas representadas anteriormente se ve que el comportamiento de la variable objetivo se corresponde con el que se intuía al analizar las pendientes de las rectas de cada variable principal en el aptado. 5. Al no apreciar ningún punto de inflexión en la gráfica  $E-n_p$  y dado que  $n_p$  es la variable más significativa, se puede decir que las conclusiones que se han obtenido analizando las variables principales dentro de los niveles máximos y mínimos son válidas.

#### 7.4. Comparativa de la eficiencia global del sistema

Por último se presenta una comparativa para cada uno de los cuatro casos prácticos analizados en el apartado 6 de la eficiencia global del sistema que calcula cada autor con sus modelos.

A continuación se muestran los rangos de variación de la velocidad de rotación del engranaje de entrada, para cada caso analizado, en que los modelos presentan comportamientos similares:

Caso práctico	Rango de rpm	Máxima diferencia en % entre ellos
1	1000-6000	1
2	3500-9000	2
3	1500-9000	4
4	2000-8500	2

TABLA 7.12 Rangos de comportamiento similar entre los modelos

Lo que se va a presentar aquí es para el rango de velocidades estudiado (entre 100 y 9100 rpm), qué modelo presenta una diferencia mínima respecto del promedio de la eficiencia global que todos los modelos calculan a esas revoluciones de giro del engranaje de entrada.

np	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
100	Merrit	Merrit	Merrit	Merrit
700	Merrit	Merrit	Merrit	Merrit
1300	Merrit	Merrit	Merrit	Merrit
1900	Merrit	Merrit	Merrit	Merrit
2500	Anderson	Merrit	Anderson	Merrit
3100	Anderson	Merrit	Anderson	Merrit
3700	Anderson	Merrit	Anderson	Merrit
4300	Anderson	Merrit	Anderson	Merrit
4900	Anderson	Merrit	Anderson	Merrit
5500	Shiple	Merrit	Anderson	Merrit
6100	Shiple	Anderson	Anderson	Merrit
6700	Shiple	Anderson	Anderson	Merrit
7300	Shiple	Anderson	Anderson	Merrit
7900	Shiple	Merrit	Anderson	Merrit
8500	Shiple	Merrit	Anderson	Shiple
9100	Shiple	Merrit	Anderson	Shiple

TABLA 7.13 Modelo más cercano a la media en cada caso

De los resultados expuestos en la tabla anterior se puede apreciar que el Modelo de Merrit presenta un valor de la eficiencia global muy cercano a la media en los rangos de velocidades entre 100 y 1900 rpm. En los casos 2 y 4 continúa siendo el modelo que más se aproxima al valor medio entre 100 y 5500 rpm pero en los casos 1 y 3 es el Modelo reducido de Anderson y Loewenthal quien más cerca se encuentra de la media en el rango entre 2500 y 4900 rpm.

El Modelo de Shipley únicamente presenta valores cercanos a la media en el caso 1 entre 5500 y 9100 rpm y en el caso 4 entre 8500 y 9100 rpm.

Es llamativo que el Modelo de Buckingham no aparece en la tabla dado que los valores calculados con él no son los más cercanos a la media en ninguno de los cuatro casos analizados.



## 8. CONCLUSIONES

Del estudio llevado a cabo cabe destacar que los modelos que se han estudiado son modelos empíricos basados en datos y variables cuyas ecuaciones de comportamiento han sido obtenidas tras la experimentación. Esto se aprecia en los resultados que se han obtenido, ya que algunos modelos presentan comportamientos diferentes en función de los rangos en que son evaluados presentando entre ellos resultados diferentes en cuanto a su comportamiento o tendencia.

A continuación se detallan las conclusiones obtenidas para cada tipo de modelo de pérdidas o eficiencia analizado y finalmente las conclusiones extraídas de los cuatro casos presentados en el apartado. 6.

### 8.1. Pérdidas por deslizamiento

Todos los modelos coinciden en que la variable más significativa que afecta al cálculo de la eficiencia es la velocidad de rotación del engranaje de entrada sin embargo, únicamente el modelo de Anderson y Loewenthal y el de Merrit se comportan de la misma manera.

Las variaciones del paso diametral y de las revoluciones de giro del engranaje de entrada afectan de forma diferente a los modelos de Shipley y Buckingham, presentando el modelo de Shipley un comportamiento variable en función de a qué régimen de revoluciones gira el engranaje de entrada. De esto se concluye que los resultados obtenidos mediante el diseño de experimentos están condicionados por los niveles máximos y mínimos fijados para las variables principales, de ahí que no se puedan extrapolar los resultados.

En todos los modelos se ha visto que dependen del modelo elegido para calcular el coeficiente de fricción completamente. Como cada modelo está desarrollado teniendo en cuenta unas condiciones específicas de operación, no todos son válidos para cualquier situación de trabajo. Esta dependencia tan alta con el coeficiente de fricción condiciona el comportamiento de la eficiencia al variar las revoluciones de giro del engranaje de entrada.

### 8.2. Pérdidas por rodadura

En el modelo estudiado, habiendo considerado los dos grupos de variables analizadas mediante el diseño de experimentos, la variable más significativa es el ángulo de presión del diente seguida por la velocidad de rotación del engranaje.

A mayor velocidad de rotación, mayores son las pérdidas debidas a la rodadura existente entre los dientes en contacto, cosa coherente dado que la presión del aceite de lubricación aumenta y con ello la oposición a la rodadura de los dientes en contacto.

Para un engranaje de diámetro primitivo fijo, cuanto mayor es el paso diametral menos pérdidas por rodadura existen porque el aceite de lubricación ocupa menor superficie entre dientes consecutivos y la presión es menor.

Para un engranaje con un paso diametral fijo, a mayor número de dientes mayor diámetro y por lo tanto se da una situación opuesta a la del paso diametral.

Cuanto mayor es el ancho de cara del diente del engranaje, tal y como se ha razonado los dos puntos anteriores, mayor superficie expuesta al aceite presurizado existe por lo que mayor oposición a la rodadura existe y menor es la eficiencia de la transmisión.

### 8.3. Pérdidas por fricción del aire

Al igual que en los otros dos tipos de pérdidas anteriores ambos modelos presentan la eficiencia de la transmisión dominada por la velocidad de rotación del engranaje de entrada, aunque, el modelo de Anderson presenta unos valores de eficiencia considerablemente menos sensibles al fenómeno de fricción del aire. Estos dos modelos presentan un comportamiento muy parecido en cuanto a las tendencias con que varía la eficiencia al variar el valor de las variables principales.

A mayor velocidad de rotación, mayores son las pérdidas debidas a la fricción del aire, cosa coherente dado que si la transmisión gira muy lentamente, prácticamente no hay aire en circulación y las pérdidas son mínimas.

Para un engranaje de diámetro primitivo fijo, cuanto mayor es el paso diametral menos pérdidas por fricción del aire se generan porque existe mayor continuidad entre dientes consecutivos del engranaje.

Para un engranaje con un paso diametral fijo, a mayor número de dientes mayor diámetro y por lo tanto mayor superficie expuesta al aire por lo que la eficiencia disminuye.

Cuanto mayor es el ancho de cara del diente del engranaje, tal y como se ha razonado el punto anterior, mayor superficie expuesta al aire existe y por lo tanto mayores son las pérdidas por fricción del aire.

### 8.4. Casos prácticos

En todos los casos prácticos analizados se ha visto que los modelos presentan comportamientos muy similares en unos rangos de giro del engranaje de entrada para cada caso analizado pero no generalizables para todos.

Lo mismo se puede concluir al haber analizado los resultados obtenidos al intentar promediar los valores que para cada caso estudiado se obtenían con los modelos. No existe una conclusión clara que permita afirmar con seguridad que uno o varios modelos pueden emplearse para cualquier situación de funcionamiento de los engranajes. Lo que sí es claro es que el modelo de Buckingham es el modelo que menos cerca se ha encontrado de los valores promediados en todos los casos analizados.

De todo lo anterior se concluye que el análisis de la eficiencia en base a la potencia que se pierde en transmisiones mecánicas presenta una complejidad elevada, requiere de la experimentación para poder extraer conclusiones fiables y únicamente éstas podrán ser aplicables con rigor a situaciones de operación en condiciones equiparables a las que existieron durante la experimentación. Fuera de estas condiciones los modelos existentes desarrollados por otros investigadores pueden darnos una idea general de qué factores influyen más o menos en el aumento de pérdidas para poder prestarles más atención a la hora de diseñar una transmisión, pero no una valoración cuantificable fiable de éstas, para ello es necesario reproducir en un laboratorio las condiciones en que trabajará la transmisión que va a diseñarse y de ahí sacar las conclusiones oportunas.

Por último, me gustaría hacer un último comentario del riesgo que existe al escoger modelos desarrollados por otros investigadores. Conviene revisar con detalle de dónde provienen dichos modelos y el significado de todas las variables y constantes que aparecen en estos. Durante el desarrollo de este trabajo se han detectado errores (aparecen justificados en las notas a pie de página a lo largo del trabajo) en cuanto a la utilización de constantes en ecuaciones para convertir unidades del sistema internacional al sistema americano. Esto es

fácilmente detectable en ecuaciones puramente teóricas, pero no en ecuaciones obtenidas directamente tras la experimentación. En éstas, las constantes que aparecen deben emplearse tal cual y las variables que aparecen en éstas deben introducirse en las unidades que el autor de dicho modelo indica ya que únicamente esas constantes son válidas para esas unidades.

